

ESERCIZI SCHEDA N. 3: VARIABILI ALEATORIE BINOMIALE E NORMALE

1) Una caratteristica A è presente nel 10% della popolazione 1 e nel 15% della popolazione 2. Con un esperimento di tipo binomiale (con ripetizione) si estraggono 30 individui di cui 10 dalla popolazione 1 e 20 dalla popolazione 2.

- Qual è la probabilità che un individuo fra i 30 estratti abbia la caratteristica A ?
- Qual è la probabilità che tre o più abbiano la caratteristica A ?
- Qual è il numero medio di individui con la caratteristica A ?
- Qual è la varianza del numero di individui con la caratteristica A ?

2) A una lotteria i biglietti in vendita sono 500, metà dei quali assicurano una vincita di una bottiglia di vino; l'altra metà non assicura nessun premio. Pippo acquista 10 biglietti a 6 euro l'uno, contando di vendere a Topolino le bottiglie eventualmente vinte a 20 euro l'una. Valutare la probabilità che Pippo ci rimetta almeno 20 euro.

3) Le compagnie aeree deliberatamente prenotano per un volo più passeggeri di quanti ne contenga l'aereo, in base al presupposto che qualche passeggero non si presenta. Una data compagnia ha verificato che il 3% dei passeggeri non si presenta. Se 200 passeggeri sono prenotati per un volo che ha 195 posti, qual è la probabilità che ci siano almeno 5 passeggeri che non si presentano?

4) Una popolazione è costituita da tre sottopopolazioni che indicheremo con P_1 , P_2 e P_3 . La proporzione delle tre popolazioni è rispettivamente 0.15, 0.25 e 0.60. In ciascuna di queste popolazioni viene rilevata una caratteristica qualitativa A . Si trova che il 20% di P_1 , l'8% di P_2 e il 5% di P_3 presentano la caratteristica A .

a) Qual è la frequenza degli individui che nella popolazione totale presentano la caratteristica A ?

Dalla popolazione si estrae un campione casuale di numerosità 100.

- In media quanti individui con la caratteristica A si troveranno in un tale campione?
- Qual è la varianza del numero di individui con la caratteristica A in tale campione?
- Qual è la probabilità di trovare meno di 5 individui con la caratteristica A (approssimare eventualmente la distribuzione)?

5) I diametri delle aste prodotte da una certa macchina sono modellabili con variabili aleatorie normali con media 10 cm e scarto 0.1 cm. Se per un dato uso, un'asta deve avere un diametro compreso fra 9.9 e 10.2 cm, qual è la probabilità che un'asta prodotta da questa macchina sia in grado di soddisfare tale requisito?

6) Un giardiniere decide di piantare delle petunie in un'aiuola; compra un pacco di semi misti di petunie sulla cui etichetta è scritto che $1/5$ dei semi produrranno petunie rosa e $4/5$ produrranno petunie rosse e bianche. Assumiamo che i semi siano stati scelti a caso da una popolazione mista secondo le proporzioni indicate e che il modello binomiale sia

applicabile. Se germinano 200 semi, qual è la probabilità di avere almeno 30 ma non più di 50 petunie rosa?

7) Un biologo ha necessità di avere un minimo di 10 individui di una specie di anellidi con una disfunzione alimentare. In media il 20% degli individui di quella specie possiedono questa caratteristica. Se il biologo va in una spedizione per raccogliere gli individui, è tempo sprecato raccoglierne troppi, ma anche raccoglierne troppo pochi perché non ha altre possibilità per le sue ricerche. È impossibile testare sul campo se un individuo è affetto dalla disfunzione. Siccome 10 è il 20% di 50, uno studente suggerisce di raccogliere 50 individui.

a) Qual è la probabilità che nel campione il numero di individui non sia sufficiente, cioè la probabilità che ci siano meno di 10 individui di interesse?

b) Se vuole che la probabilità di avere meno di 10 individui di interesse sia più piccola dell'1%, quanti individui deve raccogliere?

8) È stata svolta un'indagine per verificare l'utilizzo di un antiparassitario A, non permesso, nella coltivazione di arance. In generale è noto che se viene utilizzato A mediamente marcisce il 5% della produzione di arance; se viene usato l'antiparassitario B, permesso, marcisce il 10%. È noto che il 20% degli agricoltori utilizzano A ed i restanti utilizzano B. Si esaminano 100 arance e si trovano 4 frutti marci.

a) Qual è mediamente la percentuale delle arance che marcisce, essendo stato usato uno dei due antiparassitari?

b) Qual è la probabilità che marciscano 4 arance su 100 se è stato usato l'antiparassitario A?

c) Qual è la probabilità che marciscano 4 arance su 100 se è stato usato l'antiparassitario B?

d) Qual è la probabilità totale che marciscano 4 arance su 100, essendo stato usato uno dei due antiparassitari?

e) Qual è la probabilità che sia stato utilizzato l'antiparassitario A, avendo trovato 4 arance marce su 100 esaminate?

9) Il signor Rossi si deve presentare al luogo di lavoro entro le ore 9. Egli esce di casa alle 8 esatte e si reca camminando alla fermata dell'autobus che, sempre puntuale!, passa alle 8.15; il tempo T_1 che egli impiega a compiere questo tragitto può essere modellato con una variabile aleatoria normale di media 10 min e deviazione standard 2 min. Il tempo T_2 che l'autobus impiega per portare il signor Rossi sul posto di lavoro si può guardare come una variabile aleatoria normale di media 38 min e scarto 5 min.

a) Qual è la probabilità che il signor Rossi perda l'autobus?

b) Se il signor Rossi arriva in tempo per prendere l'autobus, qual è la probabilità che arrivi puntuale sul posto di lavoro?

c) Nel momento in cui il signor Rossi esce di casa, qual è la probabilità che arrivi puntuale sul posto di lavoro?

10) Il batterio *Cloristridium botulinum*, responsabile della malattia mortale detta botulismo, è presente, se non si usa un opportuno trattamento, circa nell'1% di un prodotto alimentare

inscatolato. Il trattamento, se effettuato, garantisce la totale assenza del batterio. Un ricercatore ignora se su una partita di cibo inscatolato sia stato effettuato il trattamento. Decide di assumere come equiprobabili i fatti che il trattamento sia stato effettuato oppure no. Mediante un'analisi in grado di rilevare senza errori la presenza o meno del batterio in ciascuna scatola, esamina 100 scatole ed in nessuna trova il batterio.

a) Quanto vale la probabilità del risultato sperimentale riscontrato nell'ipotesi che il trattamento non sia stato effettuato?

b) Preso atto del risultato sperimentale riscontrato, quanto vale la probabilità che il trattamento sia stato effettuato?

c) Si ritiene che, alla luce del risultato del punto precedente e della gravità della malattia, si sia pervenuti a una situazione di sufficiente garanzia dell'assenza del batterio?

In caso contrario che cosa si ritiene opportuno fare.

11) In un'urna ci sono 100 palline rosse e 200 palline blu. Supponiamo di estrarne 50 in successione con rimpiazzo. Sia X la variabile aleatoria che modella il numero di volte in cui la pallina estratta è blu.

a) Determinare la probabilità che la prima pallina blu estratta sia la terza.

b) Determinare il valore atteso di X .

c) Determinare il numero medio di estrazioni necessarie per estrarre la prima pallina blu.

d) Qual è la probabilità che X sia maggiore di 30?