

**Esercizi tratti dai problemi del Bac delle scuole europee
(ordinati per difficoltà: dai più semplici, senza asterisco, a quelli di media
difficoltà, con 1 asterisco, a quelli difficili, con due asterischi)**

1 (bac 2000, matematica 3 periodi)

Un garage è incaricato di verificare se le emissioni dei gas di scarico delle automobili soddisfano le norme nazionali antinquinamento. Si sa che il 40% delle automobili in circolazione non soddisfano le norme antinquinamento.

a) Qual è la probabilità che un'automobile che si presenta al controllo soddisfi le norme antinquinamento?

Un giorno, sei automobili si presentano per il controllo nel garage.

b)

i. Qual è la probabilità che nessuna di queste sei automobili soddisfi le norme antinquinamento?

ii. Dimostrare che la probabilità che più della metà delle sei automobili non soddisfino le norme antinquinamento è $0,1792$.

Il giorno dopo vengono controllate altre sei automobili.

c) Qual è la probabilità che, sia nel primo, sia nel secondo giorno, si abbia più della metà delle automobili che non soddisfano le norme antinquinamento?

2 (bac 2001, matematica 3 periodi)

Un commerciante vende uova. La probabilità che un uovo scelto a caso sia rotto è $0,1$. Le uova sono confezionate in scatole da 10.

a) Qual è la probabilità che in una scatola qualunque si abbiano esattamente due uova rotte?

b) Qual è la probabilità che in una scatola qualunque non si abbia più di un uovo rotto?

c) Dimostrare che la probabilità che una scatola contenga almeno un uovo rotto è $0,6513$.

d) Qual è la probabilità che cinque scatole prese a caso contengano, ciascuna, almeno un uovo rotto?

3 (bac 2002, matematica 3 periodi)

Uno stabilimento industriale produce calcolatrici.

La probabilità che una calcolatrice, scelta a caso, sia difettosa è $0,05$.

Il produttore vende le calcolatrici in scatole di dieci unità.

Calcolare la probabilità che si abbiano al più due calcolatrici difettose in una scatola.

Calcolare la probabilità che in tre scatole non si abbia alcuna calcolatrice difettosa.

Una scuola acquista quattro scatole di calcolatrici. Calcolare la probabilità che riceva esattamente tre calcolatrici difettose.

4 (bac 2003, matematica 3 periodi)

Un giardiniere decide di seminare dei semi di zucca. Un seme ha una probabilità $0,8$ di germogliare. Il giardiniere semina 8 semi. Qual è la probabilità che almeno 7 semi germoglino?

Quando un seme è germogliato, la probabilità che le lumache distruggano la giovane pianta è $0,3$.

Calcolare la probabilità che un seme che è stato seminato germogli e non sia distrutto dalle lumache. Il giardiniere semina 8 semi. Qual è la probabilità che almeno uno di questi semi germogli e non sia distrutto dalle lumache?

5 (bac 2004, matematica 3 periodi)

In ogni tiro la probabilità che un tiratore colpisca un bersaglio è $0,30$.

Se egli tira 7 volte, qual è la probabilità che colpisca il bersaglio esattamente 2 volte?

Se tira 10 volte, qual è la probabilità che egli colpisca il bersaglio almeno 2 volte?

Qual è il minimo numero di tiri che deve fare affinché la probabilità di colpire almeno una volta il bersaglio sia superiore a 0,75?

6 (bac 2005, matematica 3 periodi)

Si consideri una scatola contenente 10 carte. Su ogni carta è riportata una cifra. Le cifre riportate sulle carte sono: 5, 5, 6, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 9

Si estraggono a caso simultaneamente due carte dalla scatola.

- i. Calcolare la probabilità che la cifra 7 sia riportata su ciascuna delle due carte estratte.
- ii. Calcolare la probabilità che su almeno una delle due carte estratte sia riportata la cifra 7.
- iii. Calcolare la probabilità che la media aritmetica delle cifre riportate sulle due carte estratte sia sette.

Dalla scatola, contenente di nuovo le dieci carte, si estrae a caso una carta, si prende nota della cifra riportata su questa carta e si rimette la carta estratta nella scatola. Si ripete 5 volte questa estrazione. Calcolare la probabilità che, tra le cinque cifre annotate, ci sia esattamente due volte la cifra 7.

*** 7. (bac 2000, matematica 5 periodi problema obbligatorio 4)**

Si consideri una popolazione di adulti in cui la probabilità di essere una donna è 0,60 .

Un sondaggio sulle attese che questa popolazione ha per il futuro rivela che:

- la probabilità che una donna sia ottimista è 0,90
- la probabilità che un uomo sia ottimista è 0,75

- a) Dimostrare che la probabilità che una persona, estratta a caso dalla popolazione, sia ottimista è 0,84 .
- b) È estratta a caso una persona dalla popolazione. Sapendo che tale persona è non ottimista, calcolare la probabilità che essa sia un uomo.
- c) Calcolare la probabilità di avere esattamente 6 ottimisti in un gruppo di 8 persone scelte a caso dalla popolazione
- d) Si considerino n persone estratte a caso dalla popolazione. Sia p la probabilità che tutte queste n persone siano ottimiste. Calcolare il minimo numero n_0 per cui p sia strettamente minore di 0,30

*** 8. (bac 2001, matematica 5 periodi, problema 4 obbligatorio)**

Un dado cubico, non truccato, ha le sue facce numerate nel modo seguente:

- una faccia con la cifra 1,
- due facce con la cifra 2,
- tre facce con la cifra 3.

- a) Si lancia tre volte il dado e si prende nota del numero così formato: il primo lancio fornisce la cifra delle centinaia, il secondo quella delle decine e il terzo quella delle unità.
 - i. Quanti numeri diversi di tre cifre si possono ottenere?
 - ii. Calcolare la probabilità di ottenere un numero multiplo di 9.
- b) Si lancia ora otto volte questo stesso dado. Calcolare la probabilità di ottenere almeno una volta la faccia contrassegnata con 2.
- c) Quante volte almeno si deve lanciare il dado, affinché la probabilità di non ottenere la faccia contrassegnata con 1 sia inferiore a 0,5 ?

*** 9. (matematica 2002 5 periodi problema 4 obbligatorio)**

Il 10 % dei fusibili prodotti da una ditta sono difettosi.

20 fusibili sono ritirati a caso dalla produzione. Calcolare le seguenti probabilità:

- i. Nessun fusibile è difettoso.
- ii. Il primo, il quinto e il decimo sono difettosi, ma tutti gli altri non sono difettosi.
- iii. Esattamente due fusibili sono difettosi.

Un commerciante ordina a questa ditta alcune confezioni contenenti fusibili. Da ogni confezione egli estrae a caso tre fusibili per esaminarli. Una confezione è accettata se nessuno dei tre fusibili estratti risulta difettoso.

- i. Calcolare la probabilità che una confezione, scelta a caso, sia accettata
- ii. Se l'ordine è di dieci confezioni, calcolare la probabilità che almeno nove di esse siano accettate.

*** 10. (matematica 2003, 5 periodi, problema 4 obbligatorio)**

Il daltonismo è più frequente fra i maschi (il 6% di essi ne sono affetti) che fra le femmine (solo lo 0,4% di esse ne è colpito). Si suppone che la popolazione sia composta dal 50% di femmine e dal 50% di maschi.

Mostrare che la probabilità che una persona scelta a caso sia daltonica è uguale a 0,032.

Mostrate che la probabilità che una persona affetta da daltonismo sia un maschio è uguale a 0,9375.

Calcolate la probabilità di avere esattamente due daltonici in un gruppo di dieci persone prese a caso.

Sapendo che il gruppo di dieci persone sopra menzionato contiene esattamente due daltonici, calcolare la probabilità che uno di essi sia un maschio e l'altro una femmina.

*** 11. (bac 2004, 5 periodi problema 4 obbligatorio)**

a) Si sa che in una scatola di 12 palline da golf ce ne sono 3 difettose. Si estraggono a caso 4 palline da questa scatola. Qual è la probabilità che al più una di queste 4 palline sia difettosa?

Si è constatato che l'8% delle palline da golf messe a disposizione dei giocatori sono difettose.

b) Qual è la probabilità che in una scatola di 12 palline ce ne siano almeno 10 che non sono difettose?

c) Prima di un torneo tutte le palline sono controllate. Tuttavia il controllo non è perfetto: il 4% delle palline non difettose sono rifiutate per errore e tra le palline difettose solo il 97% viene rifiutato da questo controllo.

- i) durante questo controllo qual è la probabilità per una pallina di essere giudicata correttamente?
- ii) Sapendo che una pallina viene rifiutata da questo controllo, calcolare la probabilità che essa sia difettosa.

*** 12 (bac 2005, matematica 5 periodi, problema obbligatorio 4)**

Un laboratorio è specializzato nel montaggio di interruttori elettrici identici.

Il 95% degli interruttori funziona correttamente.

Gli interruttori sono confezionati in scatole da 20. Una di queste scatole viene scelta a caso.

- i. Calcolare la probabilità che tutti gli interruttori di questa scatola funzionino correttamente.
- ii. Qual è la probabilità che almeno 18 interruttori di questa scatola funzionino correttamente?

Il montaggio è realizzato da due operai A e B.

Il 40% degli interruttori sono montati da A.

Il 60% degli interruttori sono montati da B.

Il 90% degli interruttori montati da A funziona correttamente.

i. Si sceglie un interruttore a caso da tutta la produzione del laboratorio. Un test effettuato su questo interruttore stabilisce che esso è difettoso. Qual è la probabilità che questo interruttore sia stato montato da A?

ii. Si sa che un certo interruttore è stato montato da B. Qual è la probabilità che questo interruttore funzioni correttamente?

**** 13. (bac 2000, matematica 5 periodi problema a scelta 2)**

a) Una compagnia aerea vende il 60% dei posti disponibili sui suoi voli tramite agenzie di viaggio; il 25% dei posti è venduto per telefono e il resto tramite Internet. Il 90% dei biglietti venduti tramite Internet sono pagati con carta di credito. Questa forma di pagamento concerne solo il 75% dei biglietti venduti per telefono e il 20% di quelli venduti tramite le agenzie di viaggio.

- i. Qual è la probabilità che il pagamento di un biglietto sia effettuato mediante carta di credito?
- ii. Sapendo che un biglietto non è stato pagato mediante carta di credito, calcolare la probabilità che esso sia stato venduto per telefono.

b) L'esperienza ha mostrato che il profitto medio per ogni posto è di 66 euro.

La compagnia decide di aumentare di 10 euro il prezzo dei biglietti venduti tramite le agenzie di viaggio.

Se il prezzo dei biglietti venduti per telefono diminuisse di 5 euro, di quanto dovrebbe diminuire il prezzo dei biglietti venduti per mezzo di Internet affinché il profitto medio resti invariato?

c) I voli venduti dalla compagnia sono effettuati da aerei di 330 posti. L'esperienza ha mostrato che l'8% delle persone che prenotano un volo non si presentano alla partenza.

Con lo scopo di ridurre il numero di posti non occupati, la compagnia vende, per ogni volo, un numero di biglietti che supera del 10% il numero di posti disponibili.

- i. Qual è la probabilità che, malgrado questa politica, più del 5% dei posti di un aereo risulti ancora non occupato?
- ii. Qual è la probabilità che un aereo non possa accogliere tutti i passeggeri che, avendo acquistato un biglietto, si presentano alla partenza?

**** 14. (bac 2001, matematica 5 periodi, problema 2 a scelta)**

a) Le caratteristiche di un diamante sono il peso (in carati), la purezza (**L**: assolutamente puro, **VVSI**: impurità molto piccole, **VSI**: piccole impurità), il colore (**b**: bianco, **g**: giallo) e il taglio (la forma).

Un gioielliere possiede venti diamanti di 0.2 carati, tutti dello stesso taglio, ma di purezza e di colore differenti, secondo la tabella di seguito riportata:

Purezza \ Colore	L	VVSI	VSI
b	2	3	2
g	2	4	7

Tutti questi diamanti sono presentati a un cliente su un vassoio ricoperto di velluto; per questo cliente, i diamanti sono indistinguibili, a causa della sua inesperienza. Egli sceglie quattro diamanti a caso per farli montare su un anello.

Calcolare la probabilità dei seguenti eventi:

- i. i quattro diamanti hanno tutti piccole impurità (**VSI**)
 - ii. i quattro diamanti sono bianchi (**b**)
 - iii. tutti i vari gradi di purezza si trovano fra i quattro diamanti
 - iv. (sapendo che il cliente non ha scelto diamanti bianchi): i quattro diamanti hanno tutti impurità molto piccole (**VVSI**) o i quattro diamanti hanno tutti piccole impurità (**VSI**)
- a) In una stanza attentamente sorvegliata di un importante laboratorio di diamanti, si mette su un tavolo una grande quantità di diamanti di 0.2 carati. Benché essi siano stati lavorati con molta precisione, il loro peso è distribuito secondo una legge normale di media 0.200 carati e di

deviazione standard 0.007 carati.

- i. Si sceglie un diamante a caso. Qual è la probabilità che il peso di questa pietra sia compreso tra 0.185 e 0.205 carati ?
- ii. Si scelgono ora sei diamanti a caso. Qual è la probabilità che nessuno di questi diamanti pesi più di 0.196 carati?

**** 15. (bac 2002 matematica 5 periodi, problema 2 a scelta)**

Una marca di cereali per la prima colazione introduce, in una confezione su quattro, un regalo in omaggio. Si suppone che le confezioni contenenti il regalo siano mescolate casualmente con le altre. Un cliente arriva e acquista cinque confezioni. Qual è la probabilità che egli ottenga:

- i. esattamente due regali.
- ii. almeno un regalo.

Quale è il più piccolo numero di confezioni che il cliente deve acquistare perché la probabilità di ottenere almeno un regalo sia superiore a 0,9 ?

La ditta che produce i cereali costruisce una macchina che produce confezioni il cui peso è una variabile aleatoria distribuita normalmente, con media 502 g e deviazione standard 2 g.

- i. Qual è la probabilità che una confezione, presa a caso, pesi più di 505 g ?
- ii. Qual è la probabilità che una confezione, presa a caso, abbia un peso compreso tra 500 g e 503 g?

Prima, questa ditta utilizzava una vecchia macchina con la quale il 10% delle confezioni pesava meno di 500 g e il 15% pesava più di 507 g.

Supponendo che anche i pesi di queste confezioni fossero distribuiti normalmente, quali sarebbero state la media e la deviazione standard della distribuzione?

**** 16 (bac 2003, matematica 5 periodi, problema II a scelta)**

Durante la giornata sportiva di una scuola si organizzano delle partite di pallavolo. Ogni squadra è formata da 6 giocatori. L'esperienza mostra che la probabilità che un giocatore risulti assente durante la giornata sportiva è uguale a 0,1. Una squadra può giocare una partita solo se sono presenti almeno 5 dei 6 giocatori. Se in una squadra sono presenti meno di 5 giocatori, la partita viene annullata.

i. Mostrare che la probabilità che almeno 5 giocatori di una squadra siano presenti al momento della partita è 0,8857.

ii. Mostrare che la probabilità che una partita possa essere giocata è 0,7845.

iii. Durante la mattinata si devono svolgere simultaneamente 15 partite. Quante partite annullate ci si può aspettare a causa delle assenze? (Arrotondare all'intero più vicino).

iv. Una giornata come quella descritta viene organizzata nello stesso modo in 300 scuole. In tal modo sono previste 500 partite. Qual è la probabilità che si giochino almeno 400 partite, supponendo che la probabilità che un giocatore risulti assente durante la giornata sportiva sia sempre uguale a 0,1?

Si prenda in considerazione nuovamente la prima scuola. Durante il pomeriggio le regole vengono modificate, ma la probabilità che un giocatore sia assente rimane uguale a 0,1. Una partita può giocarsi se almeno 5 giocatori di ogni squadra sono presenti oppure se una delle squadre è formata da 6 giocatori e l'altra da 4. In tal caso un giocatore della prima squadra passa nell'altra e si gioca cinque contro cinque.

i. Calcolate la probabilità che una data partita possa essere giocata.

ii. Se sono previste 10 partite, quante di esse vi aspettate che vengano annullate con queste nuove regole?

**** 17(Bac 2004, matematica 5 periodi, problema 2 a scelta)**

In una certa banca le guardie effettuano diverse ronde per proteggere l'immobile. La durata di tali ronde segue una legge normale di media 3,6 minuti e deviazione standard 0,7 minuti.

Se la ronda dura più di 5 minuti, la sala di controllo è automaticamente allertata.

- i. Calcolare la probabilità che una ronda duri più di 5 minuti.
- ii. Una guardia effettua 10 ronde ogni notte. Calcolare la probabilità che almeno 9 di esse durino meno di 5 minuti.

La squadra di sorveglianza è costituita da 5 guardie maschi e 3 guardie femmine. Per la serata di Capodanno 3 guardie sono scelte a caso.

- i. Calcolare la probabilità che vengano scelti 2 maschi e 1 femmina
- ii. Supponendo che la squadra di sorveglianza non cambi, calcolare la probabilità che una determinata guardia della squadra lavori, nei prossimi due anni, la sera di Capodanno.

In un'altra banca vengono installati dei sensori per accrescere la sicurezza. Per raggiungere la cassaforte della banca si deve passare davanti a 5 sensori. La probabilità che si attivi l'allarme passando davanti a un sensore è 0,45.

- i. Dimostrare che la probabilità che l'allarme scatti almeno una volta quando qualcuno passa davanti ai 5 sensori è circa 0,95.
- ii. La direzione della banca vuole innalzare questa probabilità almeno a 0,995. Ci sono due strategie per conseguire questo obiettivo:
 - aggiungere dei sensori che hanno una probabilità di rilevamento di 0,45. Ciascuno di tali sensori costa 5000 euro

oppure

- aggiungere dei sensori che hanno una probabilità di rilevamento di 0,80. Ciascuno di questi nuovi sensori costa 6000 euro.

Calcolare il costo minimo dell'operazione, utilizzando una sola di queste due strategie, per raggiungere l'obiettivo fissato dalla direzione della banca.

**** 18. (bac 2005, matematica 5 periodi, problema a scelta 2)**

La compagnia aerea Xair organizza un volo ogni giorno da Francoforte a Londra.

La probabilità che un volo verso Londra abbia ritardo è 0,05.

Calcolare la probabilità che in 30 voli per Londra:

- i. nessun volo abbia ritardo;
- ii. al più due voli abbiano ritardo;
- iii. tre voli o più abbiano ritardo.

La probabilità che venga presentato almeno un reclamo per un volo Francoforte – Londra in ritardo è 0,80. La probabilità che venga presentato almeno un reclamo per un volo Francoforte – Londra non in ritardo è 0,30.

Calcolare la probabilità che:

- i. venga presentato almeno un reclamo per un volo scelto a caso;
- ii un volo abbia ritardo sapendo che, per questo volo, almeno un reclamo è stato presentato.

L'aereo utilizzato ha 180 posti. Xair si propone di vendere tutti i posti, ma non fa "overbooking", cioè non vende più di 180 biglietti per ogni volo. Nei voli per i quali tutti i biglietti sono venduti, talvolta alcuni passeggeri non si presentano all'imbarco. Utilizzando la legge normale di media $\mu = 177,5$ e deviazione standard $\sigma = 1,6$ come approssimazione della distribuzione del numero di passeggeri che si presentano all'imbarco, calcolare la probabilità che almeno quattro posti restino non occupati.