

Un approccio ecologico agli strumenti di calcolo automatico nell'insegnamento - apprendimento della matematica

Domingo Paola

Liceo scientifico "A. Issel" – Finale Ligure
G.R.E.M.G. Dipartimento di matematica Università di Genova

Abstract

In this paper I want to introduce some examples of a "meaningful" and "ecological" use of pocket calculators in the teaching & learning of maths. The word "meaningful" is used with reference to Galilei's double meaning, while the adjective "ecological" underlines the special care to be taken when considering the peculiarities and constraints of the teaching/learning environment.

1 Premessa

Sulla questione se "utilizzare o meno gli strumenti di calcolo automatico nell'insegnamento – apprendimento della matematica", sono state espresse posizioni assai diversificate, spesso caratterizzate da un'eccessiva vena polemica. Io stesso, in occasione del convegno di Castel San Pietro 2001, avevo tentato di appiattire le preoccupazioni sull'uso degli strumenti di calcolo automatico, numerico, grafico e simbolico, sui pregiudizi che in genere accompagnano l'uso di una nuova tecnologia. Questa scelta, che feci per sostenere la mia argomentazione a favore dell'uso delle nuove tecnologie nell'insegnamento – apprendimento della matematica, mi sembra oggi poco rispettosa delle comprensibili preoccupazioni che molti insegnanti hanno relativamente all'uso degli strumenti di calcolo numerico grafico e simbolico.

In questo lavoro cercherò di tenere un approccio più meditato nel merito e meno provocatorio nelle forme. Per quel che riguarda il merito della questione cercherò di argomentare e sostenere la tesi che è bene chiedersi non se gli strumenti di calcolo numerico, grafico e simbolico debbano o meno utilizzarsi, ma "quale" uso sia *sensato*¹ farne oggi nell'insegnamento – apprendimento della matematica. Per quel che riguarda la forma, suggerirò che, anche nel caso in cui si pensi che l'uso degli strumenti di calcolo automatico non debba essere messo in dubbio, sia non solo

¹ Uso il termine *sensato* con la duplice accezione galileiana di legato ai sensi e all'intelletto (ossia alla percezione e alla ragione), ma anche con il significato di ragionevole, in quanto attento alle condizioni al contorno.

opportuno, ma anche necessario, assumere un approccio *ecologico*, ossia attento alle esigenze e alle caratteristiche dell'ambiente in cui tali strumenti vengono utilizzati. Presenterò inoltre alcuni esempi per diversi livelli scolari di uso *sensato* ed *ecologico* delle calcolatrici nell'insegnamento – apprendimento della matematica.

2 Che cosa si rischia se si consente l'uso delle calcolatrici?

La domanda non è pleonastica, se si pensa che durante gli esami di maturità scientifica è espressamente vietato l'uso delle calcolatrici programmabili. È presumibile che vi siano ragioni ben precise per questo divieto: le calcolatrici potrebbero rendere banali determinate richieste del compito; potrebbero comportare o aumentare condizioni di disparità sociale tra gli studenti, avvantaggiando coloro i quali potrebbero permettersi l'acquisto e quindi l'uso di una calcolatrice grafico – simbolica programmabile. Si tratta senza dubbio di obiezioni comprensibili e sensate, almeno da un certo punto di vista. Se, però, si osserva che il progetto PISA (Programme for International Students Assessment) ha invitato tutte le scuole in cui i test sono stati somministrati a consentire l'uso delle tecnologie di calcolo automatico, ove gli alunni fossero abituati a utilizzarle, proprio per garantire la maggiore equità possibile, le obiezioni precedenti perdono forza.

Per tentare di rispondere alla domanda posta nel titolo di questo paragrafo, vorrei partire da una “lettera aperta”² che dovrebbe far riflettere tutti, per l'autorevolezza e la competenza dei firmatari, tra i quali figurano matematici di primo piano nel panorama internazionale.

Uno dei passi fondamentali della lettera è il seguente:

““[...] *Vogliamo sottolineare che gli usuali algoritmi dell'aritmetica elementare costituiscono qualcosa in più che non semplici ricette per dare la risposta corretta; essi hanno un valore non solo pratico, ma anche teorico [...]*”

Si può non essere d'accordo? Il valore degli algoritmi nella costruzione di significato degli oggetti matematici è ben noto a tutti coloro i quali si occupano di insegnamento – apprendimento della matematica. Il problema è che questa lettera non si limita a sottolineare il valore formativo degli algoritmi, ma sembra indicare una sorta di alternativa tra un ritorno all'insegnamento delle classiche procedure di calcolo con carta e matita e alcune posizioni più flessibili, dichiarate negli Standards americani (<http://www.nctm.org/standards/>), che suggeriscono la possibilità e l'opportunità di affiancare e, in alcuni casi, di sostituire l'insegnamento dei classici algoritmi di calcolo in colonna con procedure proposte dagli stessi studenti o con un uso ragionato e ragionevole degli strumenti di calcolo

² An open letter to United States Secretary of Education, Richard Riley, consultabile sul sito <http://www.mathematicallycorrect.com/riley.htm>

automatico. La lettera rimanda infatti ad altri documenti, chiamandoli a sostegno delle preoccupazioni espresse nei confronti “delle nuove tendenze” dell’insegnamento della matematica; questi altri documenti sono molto più espliciti, in quanto non si limitano a evidenziare il valore formativo degli algoritmi, ma puntano il dito contro alcune indicazioni presenti negli Standards americani e anche nei nuovi curricula di altri Paesi, per esempio in Francia e in Italia. In particolare, Bill Quirk, un matematico del Dartmouth College scrive:

*“[...] La matematica è un dominio di conoscenza strutturato verticalmente. Non è possibile apprendere argomenti di matematica avanzata senza prima aver imparato a padroneggiare l’aritmetica elementare della carta e matita. La verità di questo fatto è chiaramente dimostrata dai superficiali dettagli del programma del TERC relativo alla scuola primaria. Le loro più avanzate “Investigazioni” propongono la probabilità senza aver trattato la moltiplicazione di frazioni, la statistica senza la media aritmetica [...]”*³

Proprio questo attacco al TERC⁴, un’istituzione “no profit” che ha sede a Cambridge, nel Massachusetts e che si occupa di ricerca in educazione matematica fin dal 1965, con la partecipazione di esperti validi e motivati, suggerisce cautela nella lettura e, a maggior ragione, nella condivisione delle perplessità espresse nella lettera e nei documenti cui essa fa riferimento. Un’analisi più attenta suggerisce che vi sia una presa di distanza da parte dei matematici da alcune posizioni che oggi sembrano caratterizzare i gruppi più dinamici e produttivi della ricerca in educazione matematica. Si tratta di un atteggiamento pericoloso, che può causare disorientamento nell’insegnante e, di conseguenza, negli studenti e nelle loro famiglie, con risultati non certo soddisfacenti per l’insegnamento – apprendimento della matematica. È proprio il caso di dire che sarebbe opportuna una maggiore riflessione sull’oggetto della disputa: ci si potrebbe così rendere conto che, probabilmente, le due prospettive dalle quali i matematici e i ricercatori in didattica della matematica guardano al problema sono profondamente differenti. Gli uni sembrano preoccupati e interessati soprattutto alle eccellenze, ai futuri professionisti della matematica; gli altri sembrano più attenti a un discorso che riguardi gli studenti in quanto futuri cittadini e persone che potranno e dovranno essere in grado di utilizzare conoscenze e tecniche matematiche per partecipare più consapevolmente e criticamente alle scelte che la vita pubblica impone.

Questa impressione è confermata dal seguente passo di uno dei documenti a cui la lettera fa riferimento⁵:

³ <http://wgquirk.com/TERCSV.html>

⁴ All’indirizzo internet <http://www.terc.edu/TEMPLATE/about/index.cfm> è possibile trovare notizie approfondite sugli obiettivi e la struttura del TERC.

⁵ Kenneth Ross, Second Report from the Task Force, 1997, consultabile all’indirizzo internet: <http://www.maa.org/past/maanctm3.html>.

“Gli Standards americani evidenziano che i bambini dovrebbero essere incoraggiati a creare propri algoritmi. [...] Noi pensiamo che questo punto di vista sia stato eccessivamente enfatizzato come reazione agli esercizi meccanici. Bisognerebbe precisare che in altre attività in cui molti bambini vogliono lavorare sodo per eccellere, come per lo sport e la musica, essi non devono creare le proprie regole per lo sport che praticano o scrivere la propria musica per impadronirsi della disciplina o per impararla meglio [...]”

Il paragone con i bambini che, volendo eccellere nella musica o nello sport, sono disponibili a esercizi ripetitivi per rendere automatiche certe tecniche di base, necessarie per diventare “musicisti e sportivi”, chiarisce la prospettiva dalla quale nel documento si affronta il problema dell’insegnamento – apprendimento della matematica: l’uso professionale di questa disciplina o, in ogni caso, un apprendimento – insegnamento rivolto a chi utilizzerà la matematica nel proprio lavoro. Si tratta di una posizione poco equilibrata e non certo perché gli studenti che si iscrivono a matematica sono sempre meno, quanto, piuttosto, perché non si può più richiedere oggi che la scuola di base si limiti a garantire l’acquisizione delle tecniche necessarie a proseguire gli studi specifici in matematica. Oggi ogni livello scolare non può non occuparsi del conseguimento delle competenze matematiche richieste per poter partecipare consapevolmente e criticamente alle scelte della vita pubblica, che, lungi dall’esaurirsi o identificarsi nel “far di conto”, vanno dalla capacità di raccogliere, classificare, leggere, interpretare, descrivere e analizzare dati espressi in forma numerica e grafica, all’uso di strumenti per lo studio delle grandezze che variano, alla capacità di costruire o leggere e interpretare modelli matematici a scopo descrittivo o previsionale. Le nuove tecnologie, liberando dalla necessità di padroneggiare in modo approfondito le varie tecniche di calcolo, possono aiutare a trovare il tempo per attività che evidenzino maggiormente alcuni aspetti concettuali e culturali della matematica.

Ritornando al merito e alle forme della questione, possiamo quindi dire che, nel merito, la questione deve innanzitutto rispondere alla domanda: “qual è il centro della mia attenzione: il futuro matematico o il futuro cittadino?”.⁶

È ovvio che, a seconda di quella che sarà la risposta, il problema dell’uso degli strumenti di calcolo automatico dovrà essere affrontato con differenti strategie e i rischi conseguenti al loro uso saranno differenti.

Per quel che riguarda la forma, ritengo che un approccio maggiormente attento all’ambiente e, quindi, in tal senso, *ecologico* dovrebbe sostituire quella invadenza e intolleranza talvolta manifestate dai fautori dell’uso delle

⁶ La domanda non autorizza a pensare che chi scrive sia convinto che l’attenzione al matematico e al cittadino siano in contrapposizione: non è così. È vero, invece, che si ritiene che siano non solo opportune, ma anche necessarie azioni specifiche per la preparazione del futuro matematico e per quella del futuro cittadino.

nuove tecnologie. Un approccio *ecologico* è attento alle risorse disponibili, non abusa di esse, non crea scompensi ambientali e riduce l'inquinamento; è rassicurante, è quasi – reversibile, è meno invadente e, quindi, più convincente.

Un punto che riguarda sia il merito, sia la forma e che considero centrale è il problema relativo alla modalità di uso di una tecnologia e che richiede una risposta alla seguente domanda: “quale uso delle calcolatrici nell'insegnamento – apprendimento della matematica?”.

La prospettiva con cui in genere affronto i problemi legati all'uso di una tecnologia nella scuola è quella di Rabardel, in particolare relativa alla dialettica artefatto – strumento. Rabardel (Rabardel, 1995; Verillon & Rabardel, 1995) distingue tra l'artefatto, ossia il dispositivo con le sue caratteristiche fisiche o simboliche, ma puramente tecniche, e lo strumento, che è costituito non solo dall'artefatto, ma anche e soprattutto dagli schemi di utilizzazione dell'artefatto, dei quali il soggetto è riuscito ad appropriarsi. L'analisi di Rabardel suggerisce che l'artefatto *calcolatrice* possa essere caratterizzato da diversi schemi sociali di utilizzazione: alcuni di questi potrebbero essere particolarmente appropriati per gli alunni di un certo livello scolastico, altri poco adatti o addirittura controproducenti. Prendiamo per esempio il livello della scuola elementare: la calcolatrice è un oggetto che, molto probabilmente, qualche bambino ha visto anche prima di andare a scuola. È un artefatto che, in genere, al di fuori della scuola, viene utilizzato per fare i conti velocemente e per non sbagliarli, un po' come una protesi che potenzia le nostre limitate capacità di calcolo e rende (o almeno dovrebbe rendere) i risultati più affidabili. Questo schema d'utilizzazione è appropriato per la scuola elementare? A me non sembra: se l'obiettivo è quello di far conoscere agli alunni l'aritmetica elementare, come può essere utile uno strumento che nasconde i processi di calcolo e le proprietà delle operazioni limitandosi a fornire un risultato? Lo schema d'uso sociale della calcolatrice che viene fatto al di fuori della scuola non è adatto a essere importato nelle aule scolastiche dei primi anni della scuola elementare. È però possibile utilizzare in altro modo le risorse messe a disposizione dall'artefatto *calcolatrice* per conseguire l'obiettivo di far conoscere agli alunni l'aritmetica elementare: favorire attività di esplorazione, osservazione, produzione e validazione di congetture per motivare, infine, a porsi e a rispondere a domande del tipo “ma *perché* è così?”. Se si utilizza l'artefatto calcolatrice con tali modalità d'uso, probabilmente si corrono pochi rischi diversi da quello di favorire un apprendimento consapevole e critico, almeno se si pensa alla formazione del futuro cittadino.

3 Qualche esempio di uso *sensato* ed *ecologico* delle calcolatrici

Concludo questo lavoro accennando ad alcuni esempi, per i diversi livelli scolari, di un uso *sensato* ed *ecologico* (nelle accezioni prima precisate) delle calcolatrici.

Il primo esempio è rivolto ai primi anni della scuola primaria e riguarda le cosiddette *regole di precedenza* nei calcoli. In genere queste regole sono fornite come convenzioni dall'insegnante e memorizzate dallo studente anche mediante numerosi esercizi di applicazione. La possibilità di utilizzare una calcolatrice può portare a un approccio del tutto diverso, nel quale si richieda innanzitutto all'alunno di scoprire le regole incorporate nella calcolatrice e, in seguito, di scrivere sulla calcolatrice una data espressione riducendo al massimo il numero di parentesi e, ovviamente, senza modificarne il valore. Le attività potrebbero essere proposte in piccoli gruppi collaborativi di lavoro, in modo da favorire la discussione, il confronto e la condivisione delle strategie nel gruppo di lavoro e, in seguito, la comunicazione, il confronto e la condivisione nella successiva discussione matematica orchestrata dall'insegnante (Bartolini Bussi & altri, 1995). Naturalmente un discorso analogo può essere proposto con qualunque altro insieme di regole la cui complessità sia compatibile con la consegna: per esempio la scoperta delle regole di moltiplicazione per 10, 100, 1000, in generale con le potenze di dieci. Un'altra interessante attività potrebbe riguardare la scoperta di come è possibile utilizzare la memoria della calcolatrice per effettuare calcoli. Per esempio, nella TI - 15, sono presenti due tasti, Op1 e Op2, che consentono di calcolare in modo molto semplice i valori di una successione definita per ricorrenza⁷. L'insegnante potrebbe inizialmente impostare il calcolo e chiedere agli alunni, sempre divisi in piccoli gruppi collaborativi, di scrivere quello che osservano, provando a interpretarlo e a prevedere i risultati delle successive digitazioni di Op1. In seguito, nella discussione matematica alla presenza dell'intera classe, potrebbe precisare sintassi e semantica del comando.

Attività di questo tipo sono *sensate* in quanto coinvolgono la percezione (si osservano fenomeni, e li si descrivono) e, al tempo stesso, coinvolgono l'intelletto (si cerca di spiegare *perché* si è osservato qualcosa anche allo scopo di effettuare previsioni corrette). Naturalmente l'insegnante ha un ruolo strategico ed essenziale, che è quello di prestare agli studenti gli occhi della teoria, ossia di guidare, in modo dolce, come un Socrate gentile, gli studenti affinché riconoscano, nei fenomeni osservati, quelle caratteristiche che l'insegnante ritiene importanti. Queste attività sono *ecologiche*, perché

⁷ Volendo, per esempio determinare i primi dieci valori della successione $\begin{cases} a(0) = 1 \\ a(n) = 3 * a(n-1) + 4 \end{cases}$, è possibile digitare in successione i seguenti tasti: Op1; *; 3; +; 4;

Op1; 1 e poi a ogni pressione di Op1 vengono calcolati i valori della successione a partire da 7, ossia dal secondo. Per ulteriori informazioni sulla calcolatrice TI - 15, consultare il sito <http://education.ti.com/france/produits/education/15f.html>

perseguono obiettivi didattici la cui utilità non è oggetto di discussione⁸. Naturalmente è opportuno che lo strumento utilizzato sia adatto alle conoscenze degli alunni e quindi sia, almeno all'inizio, molto semplice. L'ideale sarebbe poter ridurre a piacere le funzioni che la calcolatrice mette a disposizione in base a quella che è la preparazione degli alunni, oppure poter disporre di un grande numero di calcolatrici da utilizzare man mano che aumenta l'esperienza matematica degli studenti. Un encomiabile sforzo verso questa attenzione è stata fatta su alcuni modelli per la scuola elementare. Per esempio la TI – 15, pur in teoria piuttosto complessa per le prime esperienze nella scuola elementare, ha il pregio di avere tasti funzione di differenti colori che rendono più facile il lavoro all'insegnante nell'imporre l'uso, in un certo periodo del lavoro, solo dei tasti di un certo colore.

Passo ora a presentare una possibile attività che può essere proposta nella scuola secondaria di primo grado e poi approfondita nel ciclo successivo; essa trae ispirazione da un'attività proposta e trattata sul sito http://illuminations.nctm.org/index_d.aspx?id=476 e suggerita nell'ambito del curriculum degli Standards americani.

Problema: in un allevamento di trote, all'inizio dell'anno 2005 erano presenti 3000 trote. Si sa che il numero di trote diminuisce ogni anno del 20%, per questioni legate alla pesca e alla morte naturale. Se ogni anno si introducono nell'allevamento 1000 nuove trote, come evolve il numero di trote nel tempo?

Usare le calcolatrici in problemi come questo, che richiede lo studio di un sistema dinamico discreto, consente di effettuare esplorazioni e osservazioni con relativa facilità. Queste osservazioni ed esplorazioni, alla portata di tutti gli studenti, possono contribuire notevolmente a far acquisire sensibilità per le caratteristiche più significative di una grandezza che varia (cresce o decresce e come?). Il primo approccio al problema può consistere in un'esplorazione essenzialmente numerica: si parte dal dato di partenza, 3000, se ne calcola il 20%, lo si sottrae a 3000 e si aggiunge 1000. Dopo qualche operazione di questo tipo alcuni studenti iniziano in genere a osservare che si fa prima ad aggiungere 1000 all'80% delle trote presenti. Altri studenti si accorgono che, nonostante la percentuale sia costante, tale non è il numero di trote che rimangono nello stagno, perché la percentuale costante viene calcolata su un numero che varia. Altri studenti, più abili con la calcolatrice, iniziano a utilizzare comandi come i seguenti $3000 - \text{ENTER} - \text{ans}(1) * 0.8 + 1000 - \text{ENTER}$, che definiscono le operazioni che successivamente vengono compiute su $\text{ans}(1)$, ossia sull'ultimo risultato

⁸ L'attività, che ha aspetti anche ludici, può portare gli alunni a impraticarsi con le tecniche di calcolo, automatico e mentale (come stima o controllo di quanto digitato sulla calcolatrice), se l'insegnante avrà cura di suggerire ed evidenziare certi aspetti legati al controllo e alla verifica del calcolo automatico durante il lavoro nei piccoli gruppi.

ottenuto dalla calcolatrice. In tal modo a ogni digitazione del tasto ENTER si genera un nuovo valore della successione e proprio questo premere successivamente il tasto diventa una suggestiva metafora per il tempo che scorre e quindi per i successivi stati del sistema dinamico che si sta studiando. L'insegnante può trarre spunto dai diversi approcci (spontanei o stimolati dai suoi stessi interventi) per la discussione matematica alla presenza dell'intera classe e per portare ulteriori contributi, per esempio legati alla rappresentazione grafica dei valori della successione, dove si vede chiaramente che la successione cresce e cresce sempre meno, convergendo verso il valore 5000. Anche a livello di studenti di scuola secondaria di primo grado è possibile dare qualche giustificazione delle varie congetture prodotte. Per esempio lo studio (numerico e grafico) delle differenze prime e seconde può portare ulteriori contributi alla comprensione del fenomeno (oltre che introdurre uno strumento di grande importanza nello studio delle grandezze che variano). L'osservazione della convergenza può portare a capire perché il valore limite si può ottenere risolvendo l'equazione

$$x = 0.8 x + 1000$$

Nella scuola secondaria un'attività di questo tipo può essere approfondita ed estesa, sia studiando la dipendenza o meno dell'evoluzione del sistema dai diversi parametri del problema (la percentuale di "decadimento", il numero iniziale di trote e il numero che indica l'entità del ripopolamento), sia costruendo programmi o definendo funzioni che calcolino iterativamente o per ricorsione i valori della successione. Man mano che aumenta l'esperienza matematica degli studenti acquista sempre più senso una profonda integrazione tra gli aspetti numerici, grafici e formali, tre prospettive che illuminano l'oggetto di studio.

Non ho lo spazio per ampliare e approfondire ulteriormente l'esemplificazione, ma, per gli insegnanti che avessero trovato interessanti questi esempi, suggerisco di dare un'occhiata all'indirizzo <http://www.matematica.it/paola/>, dove è possibile scaricare vari materiali che presentano attività fondate su un uso sensato ed ecologico degli strumenti di calcolo nell'insegnamento – apprendimento della matematica.

Bibliografia

Bartolini Bussi, M.G., Boni, M. & Ferri, F., 1995, *Interazione sociale e conoscenza a scuola: la discussione matematica*, Rapporto tecnico 21, Modena.

Rabardel, P.: 1995, *Les hommes et les technologies, une approche cognitive des instruments contemporains*, Armand Colin, Paris.

Vérillon, P. & Rabardel, P.: 1995, Artefact and cognition: a contribution to the study of thought in relation to instrumented activity. *European Journal of Psychology in Education*, vol. IX, n°3.