

La costruzione di significato in classe: una sfida per l'insegnante

Domingo Paola

Liceo scientifico "A.Issel"

G.R.E.M.G. Dipartimento di Matematica Università di Genova

Abstract

In this paper I'll try to outline some considerations about the problem of construction of meaning in mathematics classrooms during teaching – learning activities.

Premessa

È molto difficile trovare, fra gli insegnanti, chi non condivida, almeno in linea di principio, l'affermazione che la costruzione di significato debba essere un obiettivo prioritario della didattica. Però, non appena il discorso si sposta dalle dichiarazioni di principio al terreno della prassi, l'iniziale condivisione sfuma e si apre il sipario su posizioni, convinzioni e idee assai differenziate; spesso la differenza non è solo sulle modalità mediante cui favorire la costruzione di significati, ma sul che cosa si debba intendere con "costruzione di significati". Affrontare radicalmente e in profondità questa problematica richiederebbe uno spazio che non mi è concesso e competenze che non mi appartengono. Vorrei però, concentrando la mia attenzione all'insegnamento – apprendimento della matematica, cercare di delineare almeno alcuni punti fondamentali di questa problematica. Per affrontare questo compito mi baso principalmente su alcune idee e posizioni raccolte in (Eco, 2007) e in (D'Amore, 1999).

Come si rappresentano i significati?

Quando si parla di significato si fa riferimento a un insieme di conoscenze e di pratiche relative a tali conoscenze. Nasce quindi il problema di come rappresentare tale sapere. Le scienze che si occupano dello studio dei segni e dei significati distinguono essenzialmente due modelli:

- a) quello del dizionario, che dovrebbe utilizzare, per la definizione di un concetto, tutte e sole le proprietà necessarie e sufficienti per riconoscerlo fra gli altri;
- b) quello dell'enciclopedia che invece caratterizza un concetto non solo in base alle proprietà necessarie e sufficienti a riconoscerlo, ma anche in base alle sue funzioni e alle sue relazioni con gli altri concetti.

I significati sono meglio rappresentati dai dizionari o dalle enciclopedie? Stanno nei termini puramente linguistici, organizzabili in una struttura ad albero finita, non necessariamente soggetta, almeno in linea di principio, a

interpretazione e particolarmente adatta a fornire una descrizione ordinata e gestibile, anche se statica, del mondo? Oppure stanno nel sapere sul mondo che si fonda sulle esperienze e sulle illimitate semiosi, in quell'organizzazione enciclopedica che genera sempre nuove interpretazioni al variare dei contesti e delle circostanze? Con i dizionari si ha la speranza di poter avere una rappresentazione globale e definitiva del mondo; con le enciclopedie questa speranza si perde nella consapevolezza che ogni rappresentazione è inevitabilmente locale e dipende da contesti e circostanze. Come scrive Umberto Eco (Eco, 2007, pag. 61), “ Il modello dell'albero, in quanto regesto che si voleva finito, rispecchiava la concezione di un cosmo ordinato e concluso su se stesso, sul proprio numero definito e inalterabile di sfere concentriche. Con la rivoluzione copernicana dapprima la Terra si sposta in periferia e incoraggia prospettive cangianti sull'universo, quindi le orbite da circolari diventano ellittiche, mettendo in crisi un altro criterio di simmetria perfetta, e infine, dapprima agli albori del mondo moderno con l'idea cusana di un universo che ha il centro ovunque e la circonferenza da nessuna parte, e poi con la visione bruniana della infinità di mondi, l'universo del sapere si sforza via via di mimare la forma dell'universo planetario”. Contrariamente al modello del dizionario, quello dell'enciclopedia richiede la considerazione di relazioni e trame concettuali fra i vari concetti, che rendono il percorso della conoscenza più simile a un labirinto che non a un percorso ad albero.

Dove risiede il significato?

La polarità tra *designazione* e *senso* è particolarmente nota a chi si occupa di semiotica e, per alcuni versi, riprende la polarità tra dizionario ed enciclopedia. Con una similitudine si potrebbe dire che il *senso* sta all'*enciclopedia*, come la *designazione* sta al *dizionario*. Anche se il tema è molto complesso e insidioso¹, provo ad accennarvi con un esempio tratto dal campo della matematica. Dove sta il significato del termine *funzione*? È possibile identificarlo con un sottoinsieme del prodotto cartesiano di due insiemi A e B tale che a ogni $a \in A$ è associato uno e un solo $b \in B$? Se a una prima analisi si potrebbe essere tentati di rispondere di sì, un'analisi più approfondita rivela che le difficoltà sono molteplici. Da un punto di vista prettamente linguistico, l'identificazione del significato con la designazione del suo referente non fa una piega; da un punto di vista cognitivo, però, le cose non sono così lineari. Se si abbandona la prospettiva del *dizionario* e si passa a quella offerta dall'*enciclopedia*, allora, per poter capire che cosa sia una funzione, è necessario avere fatto esperienza di diverse funzioni. Poiché le nostre esperienze primarie sono essenzialmente percettive, ossia avvengono grazie al modo in cui il nostro sistema sensomotorio interagisce con l'ambiente, è chiaro che l'esperienza con oggetti matematici comporta

¹ Si rinvia, per un approfondimento, al testo già citato di Eco, in particolare al capitolo 9 (Eco, 2007, p. 319-348).

maggiori problemi che non esperienze con cani, gatti o anche ermellini. Designazioni di carattere puramente linguistico come “l'uomo è animale razionale” o “una funzione di A in B è un sottoinsieme del prodotto cartesiano $A \times B$ tale che a ogni $a \in A$ è associato uno e un solo $b \in B$ ” non consentono di costruirsi un *sensò* per questi termini; la costruzione di un *sensò* per tali concetti avviene con la possibilità di fare esperienze con uomini e funzioni. Si apre quindi un problema cognitivo e didattico di come passare dai *sensi personali*, che si costruiscono con le esperienze, ai *significati istituzionali* che si stabiliscono, appunto, in istituzioni riconosciute idonee a fornire significati per gli oggetti di una disciplina. Se a livello logico – linguistico, l'attività di attribuzione di significato può essere identificata con la designazione del referente, da un punto di vista cognitivo e didattico, l'attribuzione di significato non può prescindere da un'attività di costruzione di *sensò* a partire da esperienze. La stessa etimologia del verbo *significare* (dal latino *signum* = segno) suggerisce un'azione che compie un segno sulla mente; se la si associa all'*insegnare* (dal latino volgare *insignare* = imprimere) ecco che abbiamo un'attività finalizzata a imprimere segni nella mente, come necessaria mediazione per potersi riferire alle cose.

Quanto detto finora potrebbe rientrare, almeno in parte, nella delicata polarità *intensionale* – *estensionale*; le semantiche estensionali non considerano la relazione tra la parola e la cosa o tra la parola e le modificazioni delle strutture cognitive nell'atto di apprendere e quindi di costruirsi significati. Come scrive Umberto Eco, in riferimento alla semantica estensionale tarskiana, “*la neve è bianca se e solo se la neve è bianca*. A una semantica estensionale non dà problemi il fatto marginale e accidentale che si sa a malapena su quali basi assumere che la neve sia *veramente* bianca. Al contrario una semantica intensionale ha sempre a che fare con la descrizione delle nostre strutture cognitive: probabilmente non è in grado di accertare se la neve sia o no veramente bianca, ma cerca di immaginare e riflettere sull'organizzazione mentale e sulle strutture enciclopediche che ci permettono di assumere che la neve sia bianca” (Eco, 2007, p. 348).

Come si accede al significato?

Entriamo nel campo più interessante dal punto di vista didattico e cognitivo: le modalità di accesso al significato e quindi dell'apprendimento. Più interessante, ma forse anche più delicato e intricato; basti infatti pensare alle polarità *linguaggio* / *esperienza*; *teoria* / *pratica*; *(ri)costruzione* / *memorizzazione*; *memoria* / *oblio*; *metafora* / *definizione* e a tante altre, che qui non prendo nemmeno in considerazione, per capire quanto sia complessa questa tematica. Tanto più che queste polarità stanno in una relazione dialettica che varia a seconda dei contesti.

Per accennare alle prime due polarità, è ovvio che sia l'esperienza, sia il linguaggio così come la pratica e la teoria sono importanti per comprendere e quindi per accedere ai significati. È anche vero, però, che su queste

contrapposizioni sono state costruite posizioni diverse e antagoniste che hanno notevolmente influenzato strategie e prassi didattiche.

Si pensi per esempio a Jean Piaget che affermava che il pensiero non ha origine nel linguaggio e che i termini linguistici hanno l'unica funzione di designare concetti, non di costituirne i significati che, invece, si costruiscono grazie a processi di assimilazione e accomodamento in cui le reciproche interazioni fra stimoli ambientali, organi recettori e strutture mentali giocano un ruolo fondamentale.

Lev Vygotskij, invece, considerava il linguaggio come un importantissimo mediatore nell'apprendimento: l'accesso alla cultura, da parte dell'individuo, si ha proprio grazie a un'interazione sociale mediata dal linguaggio. La costruzione di significati è un'operazione che è "guidata dall'uso delle parole che servono per concentrare attivamente l'attenzione, astrarre certi concetti, sintetizzarli e simbolizzarli per mezzo di un segno" (Vygotskij, 1966, p. 106).

Per il Wittgenstein delle *Ricerche filosofiche*, la parola non ha un significato di per sé, ma può essere significativa, nel senso che può veicolare significati, a seconda del contesto e del modo in cui viene utilizzata.

Yves Chevallard, con la sua teoria antropologica della didattica, pone l'attenzione sulle *praxeologie* (praxis + logos, ossia pratiche e discorsi) messe in atto dagli individui o da comunità di individui per la risoluzione di problemi. Gli oggetti matematici sono veri e propri emergenti da questo insieme di *praxeologie* e i loro significati possono essere estensivamente individuati con l'insieme di tali *praxeologie* (Chevallard, 1999). In questo modo gli oggetti matematici e i loro significati possono avere una caratterizzazione personale, se emergono da *praxeologie* messe in atto da individui non riconosciuti come facenti parte di un'istituzione, oppure una caratterizzazione istituzionale, se emergono da *praxeologie* messe in atto in ambito istituzionale. L'azione didattica può essere così pensata come volta a favorire la transizione, mediante un'attività di trasposizione didattica, dai sensi personali a quelli istituzionali. Come scrive molto chiaramente e sinteticamente Bruno D'Amore, "la trasposizione didattica consisterebbe, dal punto di vista dell'insegnante, nel costruire le proprie lezioni attingendo dalla fonte dei saperi, tenendo conto delle orientazioni fornite dalle istruzioni e dai programmi (sapere da insegnare) per adattarli alla propria classe: livello degli allievi, obiettivi perseguiti. La trasposizione didattica consiste nell'estrarre un elemento del sapere nel suo contesto (universitario, sociale eccetera) per ricontestualizzarlo nel contesto sempre singolare, sempre unico, della propria classe". (D'Amore, 1999, p. 224).

Gerard Vergnaud individua i concetti con una terna di insiemi (S, I, L), dove S rappresenta le situazioni che danno senso al concetto, I si riferisce agli invarianti che intervengono nelle operazioni e nei discorsi in cui compare il concetto (in un certo senso ne identificano il significato istituzionale), L indica i termini linguistici e non linguistici che servono per rappresentare simbolicamente il concetto (Vergnaud, 1990).

Da alcuni anni molte ricerche in didattica della matematica, in particolare

quelle che prestano attenzione all'uso degli strumenti nella costruzione di significato, sono state influenzate dal cosiddetto approccio *strumentale*, che si ispira all'*ergonomia cognitiva* di Rabardel e Verillon (Verillon & Rabardel, 1995) e che pone come centrale la *genesì strumentale* ossia il processo con cui un artefatto (cioè l'oggetto materiale, con le sue proprie caratteristiche fisiche e strutturali) diventa un vero e proprio strumento (l'artefatto insieme alle sue modalità di utilizzazione, così come sono viste, interpretate e attuate da un utente). Il processo si articola secondo due direzioni. La prima va dallo strumento al soggetto; viene detta *instrumentation* e produce un cambiamento nel soggetto: l'artefatto viene gradualmente integrato nella struttura cognitiva di chi lo utilizza. Questo processo richiede adattamento, perché produce cambiamenti nelle rappresentazioni mentali, nelle azioni che si compiono e nei modi in cui tali azioni si realizzano. La seconda direzione, detta *instrumentalisation* agisce verso l'esterno: l'artefatto viene utilizzato per agire adeguatamente nel contesto di lavoro allo scopo di eseguire compiti specifici, anche con modalità che non necessariamente erano state previste all'atto della costruzione. Secondo questa posizione gli strumenti giocano un ruolo essenziale nell'attività di costruzione di significato; tutto ciò, detto per inciso, è del tutto coerente con quanto afferma Chevallard. Infatti se i significati degli oggetti matematici sono emergenti da un insieme di pratiche messe in atto per risolvere problemi, allora è naturale che, al variare degli strumenti e quindi delle pratiche, varino anche i significati. Un esempio di come il processo di genesi strumentale regoli l'appropriazione di significato degli oggetti matematici è dato dall'uso del compasso (si vedano Chassapis, 1999 e Paola, 2000) che induce non solo un concetto dinamico di circonferenza (in quanto lo studente che lo utilizza vede generarsi una traccia che ha in mente, ma che non è ancora fisicamente presente), ma, soprattutto, consente di evidenziare il ruolo strategico del centro e del raggio per definire una circonferenza. L'idea di circonferenza veicolata con l'uso del compasso come strumento per tracciare circonferenze è quello di luogo geometrico dei punti equidistanti dal centro. L'idea di circonferenza veicolata dall'uso di seguire con la matita i profili di forme circolari è quella di linea a curvatura costante. Analogamente (si veda Paola, 2005), la calcolatrice utilizzata nella scuola elementare come strumento per effettuare esplorazioni, osservazioni e scoperte nell'ambiente dei numeri porta a costruirsi significati ben diversi da quelli consentiti quando si utilizzi la calcolatrice con modalità simili a quelle in uso presso le casse dei supermercati.

Recentemente ha suscitato molto interesse anche il cosiddetto paradigma di apprendimento *multimodale*, che deriva dalle scienze cognitive (vedere Wilson, 2000, per una sintesi di varie posizioni) e che nasce all'interno delle teorie dell'*embodiment*. Queste teorie portano a un radicale cambiamento nello studio della costruzione del significato e della formazione dei concetti, che non vengono più analizzati sulla base di "modelli formali astratti del tutto scollegati dalla corporeità e dalle regioni del cervello che governano le

interazioni del corpo con l'ambiente" (Gallese & Lakoff, 2005, p.455), ma tenendo in particolare considerazione il carattere intrinsecamente multimodale con cui gli esseri umani effettuano esperienze e costruiscono conoscenze. Le attività e le esperienze che si realizzano in un ambienti di insegnamento – apprendimento che fanno uso di nuove tecnologie hanno carattere tipicamente multimodale. Ciò è vero, in particolare, “quando gli studenti lavorano a coppie o a piccoli gruppi intorno a un computer. In tali casi sia gli studenti sia l'insegnante usano una varietà molto ampia di risorse semiotiche: verbali, gestuali, grafiche, ecc. Tutte queste componenti intervengono attivamente nei processi di apprendimento” (Arzarello & Paola, in stampa).

Come non accennare, parlando della costruzione di significato nell'insegnamento – apprendimento della matematica, a Guy Brousseau e alla sua teoria delle situazioni (Brousseau, 1986). Secondo Brousseau, “l'allievo costruisce conoscenza solo se si interessa *personalmente* del problema della risoluzione di quanto gli è stato proposto attraverso la situazione didattica. In tal caso si usa dire che si è raggiunta la *devoluzione* da parte dell'allievo” (D'Amore, 1999).

Raymond Duval ha studiato a fondo le relazioni tra le rappresentazioni in diversi registri semiotici degli oggetti della matematica e la costruzione del loro significato. In particolare Duval ritiene che “il coordinamento di registri è la condizione per la padronanza della comprensione, in quanto essa è la condizione per una differenziazione reale tra gli oggetti matematici e la loro rappresentazione” (Duval, 1995). Questa osservazione è particolarmente importante e ricca di implicazioni per la didattica della matematica. Infatti una caratteristica dell'attività matematica è quella di lavorare sempre e comunque con rappresentazioni di oggetti; il rischio per chi apprende è quindi quello di confondere l'oggetto con una delle sue rappresentazioni, soprattutto quando queste sono attraenti, ricche ed evocative, come lo sono quelle messe a disposizione dalle nuove tecnologie (Arzarello & Paola, in stampa; Paola, in stampa). L'insegnante, quindi, deve sempre prestare molta attenzione alla ricerca di strategie utili a ridurre la probabilità di incorrere in questo rischio. Fra i registri linguistici c'è quello della lingua naturale, utilizzata per costruire, organizzare, richiamare e comunicare la conoscenza matematica. Si tratta, però, di un linguaggio specifico che fa uso della lingua naturale, ma non è certo quella lingua che i bambini imparano a usare quando incominciano ad articolare i suoni. Si tratta di un linguaggio specifico, la cui enorme difficoltà è spesso mascherata dall'uso di parole e strutture della lingua naturale. Tutto ciò può creare ulteriori difficoltà a chi apprende, soprattutto quando costui si limiti a cercare di imitare e scimmiettare gli esperti, utilizzando quello che Bruno D'Amore ha chiamato il *matematichese*, una specie di forma dialettale che “lo studente adotta o tenta di adottare credendola corretta, giusta, doverosa, doverosa da usare per obbligo contrattuale nelle ore di matematica (D'Amore 1999, p. 248).

Come si può intuire anche da queste brevi note, le vie di accesso al

significato sono molteplici e irte di insidie; il percorso si ingarbuglia ancora di più se si riflette sul fatto che i significati, anche quelli istituzionali, sono sempre prodotti umani e quindi sono caratterizzati da una dimensione culturale e storica. Umberto Eco scrive che la cultura è “un processo continuo di riscrittura e selezione delle informazioni”(Eco, 2007, p. 90). Acquista quindi importanza, nella costruzione del significato, non solo la memoria, ma anche l’oblio, la capacità di selezionare quali conoscenze destinare all’oblio. È vero che le cose stanno cambiando in seguito alle risorse messe a disposizione dalle grandi banche dati che oggi è possibile costruire grazie alle nuove tecnologie. Se un tempo, soprattutto in un’immagine fissa del mondo, la memoria era caratteristica essenziale di ogni processo di insegnamento – apprendimento, tanto quanto la capacità di operare selezioni, scegliendo che cosa valeva la pena di ricordare, oggi sembra di poter fare a meno di questa dialettica memoria-oblio. Oggi sembra più importante sapere come gestire l’informazione, come muoversi nelle grandi banche dati per recuperare le conoscenze di cui si può avere bisogno. Come scrive Umberto Eco, “se le culture sopravvivono è anche perché hanno saputo alleggerirsi ponendo in latenza tante nozioni, garantendo ai propri membri una sorta di vaccinazione della vertigine del Labirinto e dal complesso di Temistocle/Funes. Ma il vero problema non è che le culture alleggeriscano le proprie enciclopedie (il che, si è visto, è fenomeno fisiologico) bensì che si possa sempre recuperare quello che esse hanno posto in latenza” (Eco, 2007, p. 96). Sembra un’idea sensata, un progetto illuminato, ma dobbiamo anche fare i conti con le incognite che una minore attenzione alle capacità di memorizzazione e un ridotto allenamento delle stesse possono comportare nei processi di costruzione del significato: non è detto che la nostra biologia o, meglio, la nostra struttura neuronale, sia capace di adeguarsi alle nuove esigenze culturali.

Conclusioni

Io sono convinto che l’appropriazione di significato debba passare attraverso esperienze percettive e riconoscimento di funzionalità, con modalità di apprendimento che coinvolgono il nostro corpo e le nostre emozioni. Tutto ciò sembra piuttosto problematico per i concetti astratti come quelli della matematica a cui si può accedere solo attraverso le loro rappresentazioni. Il problema si sposta quindi sulla bontà, ricchezza e adeguatezza delle rappresentazioni; sulla capacità di passare da una rappresentazione all’altra; sul ruolo dei mediatori che consentono di passare dai sensi personali ai significati istituzionali. Tutto ciò carica la funzione insegnante di responsabilità essenziali, per esempio organizzare le attività che consentono di fare esperienza; prestare le lenti della teoria agli studenti in modo che possano guardare con occhio matematico. In qualche modo è necessario riconoscere che l’insegnante è colui che deve indicare le vie possibili di accesso al significato. In fondo i termini stessi di *significato* e *sensu* evocano, almeno, in alcune lingue, per esempio nella versione danese

(*mening* = direzione) e in quella affine inglese (*meaning*), un processo di conquista, una meta di un'attività di ricerca, una direzione ben precisa di evoluzione dai sensi personali verso quelli istituzionali: *nomen omen*.

Bibliografia

Arzarello, F. & Paola, D. (in stampa). TI-*nspire* ispira gli studenti ? Analisi di una sperimentazione, *Atti del convegno nazionale ADT*, Telese Terme, 2007.

Brousseau, G. (186). Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques, *Recherches en didactique des mathématiques*, 7, 2, 33 – 115.

Chassapis, D. (1999). The mediation of tools in the development of formal mathematical concepts: the compass and the circle as an example, *Educational Studies in Mathematics*, v. n. 3, 275-293.

Chevallard, Y. (1999). L'analyse de pratiques professorales dans la théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-266.

D'Amore, B. (1999). *Elementi di didattica della matematica*, Pitagora, Bologna.

Duval, R. (1995). Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques?, *Actes de lécole d'été*, 1995 [Trad. It. in *La matematica e la sua didattica*, 3, 1996, 250-269].

Eco, U. (2007). *L'albero e il labirinto*, Bompiani, Milano.

Gallese, V. & Lakoff, G. (2005). The brain's concepts: the role of the sensory-motor system in conceptual knowledge. *Cognitive Neuropsychology*, 21, 1-25.

Paola, D. (2000). Le definizioni: dalla parte degli studenti, *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, v.23-B, 561-600.

Paola, D. (2005). Esempi di didattica *sensata*, *L'Educazione Matematica*, Vol 1, n. 1, 11 - 23.

Paola, D. (in stampa). Le tecnologie nell'insegnamento – apprendimento della matematica, *Atti del convegno nazionale Il piacere di insegnare, il piacere di imparare la matematica*, Montevarchi-Valdarno 2008.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels, *Recherches en didactiques des mathématiques*, 10, 133-169. [Trad.it. di F. Speranza in *La matematica e la sua didattica*, 1, 1992, 4 – 19].

Verillon, P. & Rabardel, P. (1995). Cognition and artifacts: A contribution to the study of thought in relation to instrumented activity. *European Journal of Psychology of Education*, 10 (1).

Vygotskij, L.S. (1966). *Pensiero e linguaggio*. Giunti e Barbera, Firenze.

Wilson, M. (2002). 'Six views of embodied cognition', *Psychonomic Bulletin & Review*, 9(4), 625-636 [http://ecl.ucsd.edu/EmbCog_Wilson.pdf].

Parole chiave: costruzione di significato; oggetti matematici; rappresentazioni; pratiche didattiche; sensi personali e significati istituzionali.