

Corso introduttivo all'analisi

Nome e cognome dei componenti del gruppo che svolge le attività di gruppo di questa lezione

Nome e cognome dei componenti della coppia che svolge le attività di coppia di questa lezione

Nome e cognome della studentessa o dello studente che svolge le attività individuali di questa lezione

Prerequisiti per la prima lezione del corso introduttivo all'analisi

1. Percentuali
2. Numeri razionali e operazioni fra essi, sia nella rappresentazione sotto forma di frazione, sia nella rappresentazione sotto forma di numeri decimali
3. Numeri reali come numeri decimali
4. Proporzioni e proporzionalità
5. Risoluzioni di semplici equazioni di primo grado
6. Proprietà elementari delle figure del piano e dello spazio
7. Conoscenza elementare dei seguenti software: Cabri géomètre, Excel
8. Conoscenza elementare dell'inglese (è sufficiente quanto appreso in un corso di scuola media)

Lezione 1 - Il concetto di funzione. Le funzioni lineari (si prevedono circa 18 ore di lavoro in classe)

Premessa

Questo corso si propone di fornire le basi per la comprensione delle tecniche utilizzate per lo studio delle grandezze variabili. In particolare, in questa prima lezione, si cerca di:

- a) avviare alla comprensione del concetto di funzione come grandezza che varia rispetto a un'altra (inizialmente come grandezza che varia nel tempo)
- b) costruire il concetto di funzione lineare e precisare l'algebra delle funzioni lineari.

Le attività da svolgere in piccoli gruppi o individualmente o con l'intera classe guidata dall'insegnante sono proposte sotto forma di schede e precedono la sistemazione dei concetti oggetto di studio. In genere si suggerisce di svolgere in classe le schede e di dedicare lo studio a casa alle altre attività, di consolidamento e di sistemazione. Leggi attentamente le indicazioni fornite all'inizio delle attività e cerca di seguirle per ottimizzare il rendimento del tuo lavoro. Cerca di tenere sempre presenti le esperienze di tracciamento di grafici "posizione - tempo" e "velocità - tempo" con i sensori di movimento, che ti vengono proposte all'inizio di queste attività.

Nota bene: nelle schede, quando si usa la seconda persona singolare, si tratta di attività individuali, mentre quando si usa la seconda persona plurale si tratta di attività di gruppo. Nelle risposte alle domande, che sono contrassegnate da un titolino in marrone (spesso indicato con il termine "risposta") metti il tuo nome, se si tratta di attività individuali, mentre dovete mettere i nomi di tutti i componenti del gruppo, se si tratta di attività di gruppo.

Scheda 0 I sensori di movimento

(Attività individuali e di gruppo. Tempo da dedicare all'insieme delle attività della scheda 0, compresa la lezione di sistemazione: 4 ore)

Formate gruppi composti da quattro o cinque alunni.

Nella prima attività, un componente per ogni gruppo deve muoversi rispetto al sensore, osservando la traccia del proprio movimento proiettata su un muro dell'aula grazie a un view screen posto su una lavagna luminosa e collegato alla calcolatrice che elabora i dati del sensore.

Osserva attentamente, dal tuo banco, il movimento dei compagni e la traccia descritta sul muro dell'aula; cerca di fare le prime ipotesi che spieghino perché i movimenti dei tuoi compagni producono proprio quelle tracce osservate, senza condividerle ancora con i tuoi compagni di gruppo.

Appena terminata questa prima fase, riunisciti nel gruppo per condividere le ipotesi effettuate e per riflettere e discutere su quanto avete fatto o visto fare.

Fate uno schizzo della traccia osservata sulla lavagna luminosa in seguito al movimento del vostro compagno o della vostra compagna di gruppo

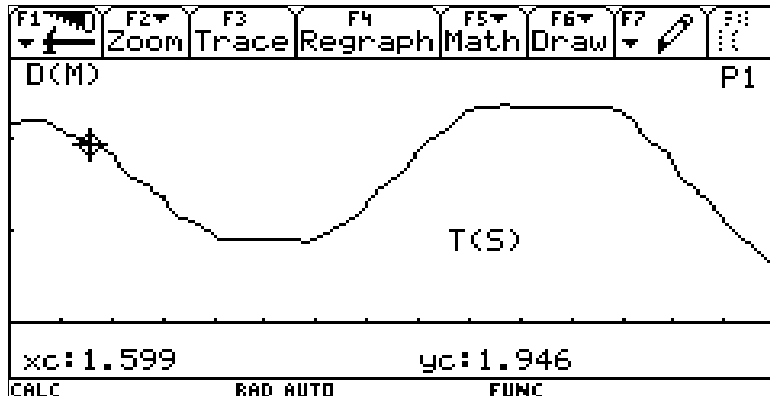
Schizzo

Cercate di spiegare la dipendenza che esiste fra il grafico che avete riprodotto e il movimento dei vostri compagni. Riportate qui sotto la vostra discussione

Discussione

Supponete che il seguente grafico sia la traccia di un movimento effettuato da

uno studente rispetto al sensore (il grafico riporta la variazione della posizione al variare del tempo)



Potete risalire al movimento effettuato dallo studente? In caso affermativo descrivetelo. Giustificate, in ogni caso, la risposta

Risposta

Ciascuno studente, fatta eccezione per coloro che prima si sono mossi rispetto al sensore, deve ora effettuare l'esperienza. La lavagna luminosa, però, è spenta, in modo tale che non sia possibile vedere il grafico in tempo reale. Durante ogni movimento, fai, sul tuo foglio, uno schizzo che rappresenti la variazione, nel tempo, della posizione dei compagni che si sono mossi e riporta almeno due di tali grafici su questa pagina.

Schizzi dei grafici della variazione della posizione rispetto al tempo

Prima di passare al prossimo movimento, accendi la lavagna luminosa e confronta la traccia che appare ora sul muro con il grafico posizione - tempo sopra disegnato.

Risultato del confronto: spiegazione delle eventuali differenze

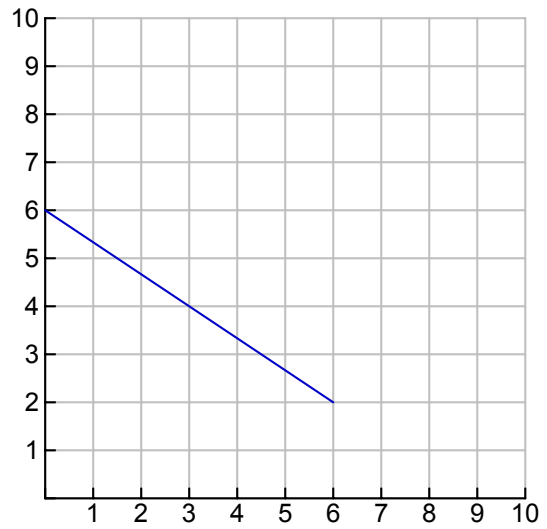
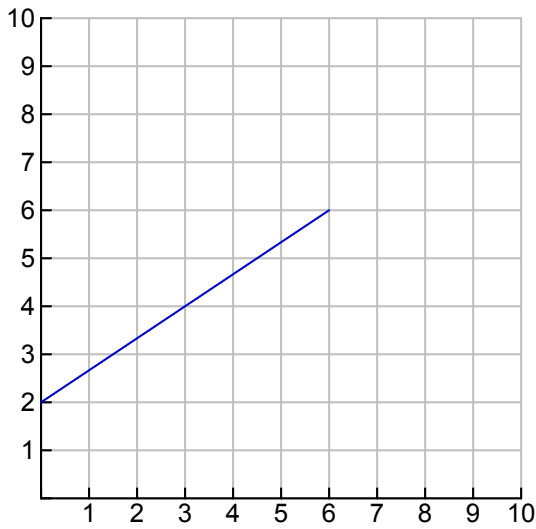
Riunitevi nuovamente in gruppo e rispondete alle seguenti domande, cercando di trovare una condivisione sulle risposte, basandovi anche sulle esperienze fatte finora.

Domanda 1: che cosa suggerisce un segmento orizzontale in un grafico posizione - tempo?

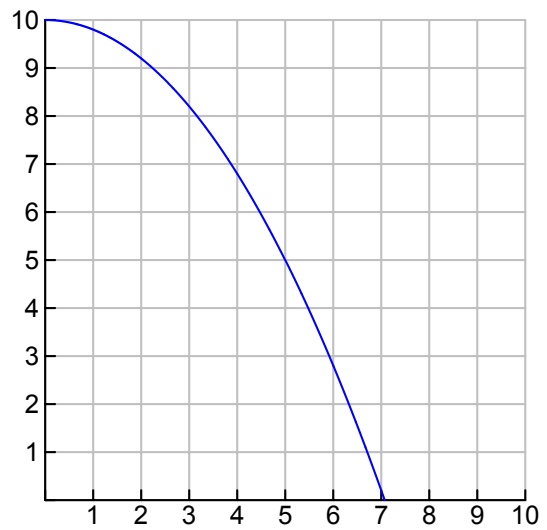
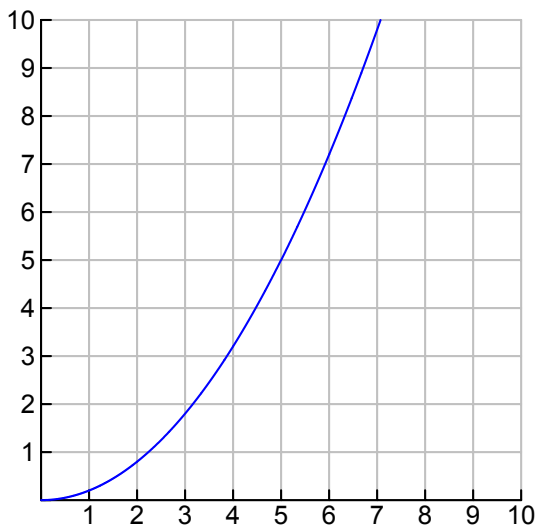
Domanda 2: che cosa suggerisce un segmento obliquo in un grafico posizione - tempo?

Domanda 3: che cosa suggerisce un tratto di curva in un grafico posizione - tempo?

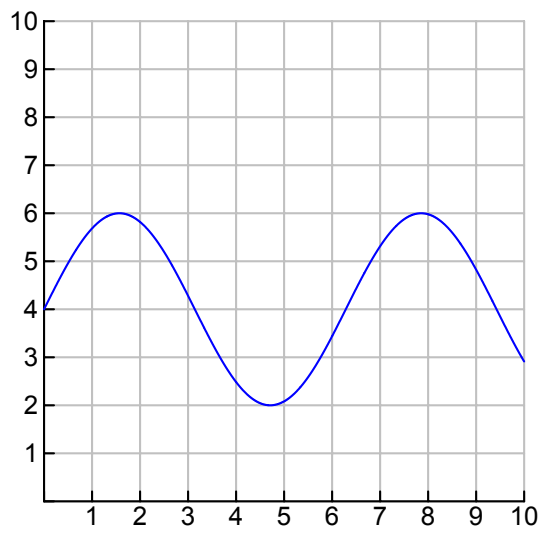
Domanda 4: quali differenti informazioni danno i due segmenti disegnati nei seguenti diagrammi spazio - tempo?



Domanda 5: quali differenti informazioni danno le due curve disegnate nei seguenti diagrammi spazio - tempo?



Domanda 6: quali informazioni dà la curva disegnata nel seguente diagramma spazio - tempo?



Giustificate le risposte

Risposta alla domanda 1

Risposta alla domanda 2

Risposta alla domanda 3

Risposta alla domanda 4

Risposta alla domanda 5

Risposta alla domanda 6

A turno uno studente per gruppo deve muoversi con il sensore collegato e con la traccia proiettata alle sue spalle, in modo tale che lo studente che si sta muovendo, al contrario dei compagni, non possa osservare la traccia prodotta dal proprio movimento. Lo studente che si muove deve descrivere verbalmente, i propri movimenti e le caratteristiche significative della traccia proiettata sul muro e visibile a tutti gli altri studenti. Gli altri studenti e, in particolare, i compagni di gruppo di chi si sta muovendo devono prendere nota di eventuali errori commessi dallo studente che si muove, per poi discuterne in gruppo al termine dell'esperienza.

Discussione sugli eventuali errori commessi dallo studente che si è mosso

A turno, ciascuno studente deve far generare un grafico alla calcolatrice utilizzando, nel menu "applications" la voce "distance match". Quindi deve far partire il sensore e muoversi in modo da generare una traccia del movimento che riproduca il più fedelmente possibile il grafico generato dalla calcolatrice.

Eventuali errori che ho commesso e relativa spiegazione

A turno, uno studente per ogni gruppo si muove rispetto al sensore; i compagni dello studente che si muove devono riportare, sul proprio quaderno e su questo foglio di lavoro, la traccia proiettata sul muro. Al termine del movimento, utilizzando una specifica funzione fornita dalla calcolatrice (la funzione "trace"), uno studente del gruppo rileva un certo numero di coppie di dati "tempo-posizione".

Domanda 1: suddividi il moto in intervalli regolari di tempo (per esempio, rileva la posizione ogni due secondi oppure ogni tre secondi). Che cosa accade alle differenze dei valori della posizione quando si hanno tratti di grafico che crescono? (ossia tali che percorrendo i tempi da sinistra a destra per chi guarda il grafico, si ottengono valori via via maggiori della posizione).

Domanda 2: sempre suddividendo il moto in intervalli regolari di tempo, che cosa accade alle differenze dei valori della posizione quando si hanno tratti di grafico che decrescono? (ossia tali che percorrendo i tempi da sinistra a destra per chi guarda il grafico, si ottengono valori via via minori della posizione).

Domanda 3: come sono legate le differenze così calcolate alla velocità dello studente che si è mosso? E come sono legate alla sua accelerazione?

Giustifica le risposte.

Risposta alla domanda 1

Risposta alla domanda 2

Risposta alla domanda 3

Segui attentamente la lezione di sistemazione che l'insegnante effettuerà, prestando particolare attenzione alle relazioni che legano fra loro posizione, velocità e accelerazione e alle loro differenze prime.

Eventuali dubbi che non ho risolto dopo la spiegazione dell'insegnante.

Scheda 1 Che cosa ti viene in mente quando senti la parola "pendenza"?

(Attività individuale. Tempo da dedicare all'attività: 5 minuti)

Nel corso dei tuoi studi o, comunque, nella tua esperienza quotidiana, per esempio percorrendo una strada in salita, è possibile che tu abbia incontrato il termine "pendenza". Che immagini ti vengono in mente leggendo la parola "pendenza"? Scrivi qui di seguito (ricorda di mettere il tuo nome) quello a cui hai pensato e quello a cui stai pensando (esperienze, immagini, situazioni di riferimento ...) relativamente alla "pendenza".

La mia idea del concetto di pendenza

Scheda 2 Qual è il significato del concetto di "pendenza" per il vostro gruppo?

(Attività da svolgere in gruppo. Tempo da dedicare all'attività: circa venti minuti)

Confrontate, con i vostri compagni le idee sul concetto di pendenza prodotte nel rispondere alla scheda 1. Cercate di raggiungere un accordo che rappresenti l'idea del vostro gruppo sul concetto di pendenza (se non riuscite a raggiungere un accordo, esplicitate i punti di disaccordo). Avete circa venti minuti per discutere, raggiungere una posizione condivisa (o esplicitare i punti di disaccordo) e trascrivere su un foglio (ricordate di mettere il nome dei vari componenti del gruppo) le conclusioni della vostra discussione.

L'idea del gruppo sul concetto di pendenza

Scheda 3 La pendenza

(Attività da svolgere parte in gruppo e parte individualmente: quando nelle consegne si usa la seconda persona singolare l'attività è individuale; quando si usa la seconda persona plurale è di gruppo. Tempo da dedicare all'attività: circa tre ore di lavoro in classe da completare a casa individualmente oppure collaborando a distanza)

Quello di pendenza è un concetto fondamentale per approfondire la conoscenza delle funzioni: su di esso svilupperemo la competenza di leggere in un grafico molte più informazioni di quelle che si possono vedere a prima vista. Su di esso costruiremo la possibilità di comprendere una parte molto importante nel corso di studi di scuola secondaria superiore e in ogni corso di istituzioni di matematica all'università: l'analisi matematica che, in genere, si inizia a introdurre nel penultimo o ultimo anno di scuola secondaria superiore.

Le attività che seguono hanno lo scopo di precisare e generalizzare il concetto di pendenza, proponendo anche situazioni significative per la sua applicazione.

Situazione 1: velocità

Ripensa alle esperienze con i sensori di movimento. Ricorderai che quando il corpo in moto si muove con velocità costante, allora percorre spazi uguali in tempi uguali.

Considera ora un corpo che si muove a una velocità molto più elevata di quella alla quale tu e i tuoi compagni vi siete mossi rispetto al sensore, per esempio, un corpo che si muove con una velocità costante di 5m/s. Tale corpo, dopo 1 secondo, avrà percorso 5 metri prova a completare tu la seguente tabella che rappresenta la posizione s di un corpo che si sta muovendo con velocità di 5 m/s (la posizione è rilevata ogni secondo). Immaginiamo che il corpo parta dalla posizione 3.5 (quindi all'istante 0 la posizione è 3.5, ossia il corpo si trova a 3,5 metri dall'origine del sistema di riferimento, per esempio, nel caso del sensore di movimento, a 3,5 metri dal sensore)

tempo (t)	posizione (s)
0	3.5
1	8.5
2	13.5
3
4
5

Quali regolarità osservo nel completamento della tabella?

La risposta alla precedente domanda è particolarmente importante. Hai notato che il secondo dato, della tabella, quello per $t = 1$ può ottenersi addizionando al valore della posizione per $t = 0$ il numero 5? In termini più formali, possiamo scrivere

$$8.5 = 3.5 + 5$$

Analogamente, il terzo dato, quello per $t = 2$, si può ottenere addizionando alla posizione raggiunta in $t = 1$, il numero 5. In termini più formali,

$$13.5 = 8.5 + 5$$

o, in maniera equivalente,

$$13.5 = 3.5 + 5 \cdot 2$$

Leggiamo la tabella utilizzando l'idea appena accennata:

$$3.5 = 3.5 + 5 \cdot 0$$

$$8.5 = 3.5 + 5 \cdot 1$$

$$13.5 = 3.5 + 5 \cdot 2$$

$$18.5 = 3.5 + 5 \cdot 3$$

$$23.5 = 3.5 + 5 \cdot 4$$

$$28.5 = 3.5 + 5 \cdot 5$$

Quindi, la posizione s di un corpo che si muove con velocità costante di 5m/s e che parte da una posizione iniziale di 3.5 m, dipende dal tempo t trascorso nel modo espresso dalla relazione $s = 3.5 + 5 \cdot t$

In altri termini, lo spazio percorso, ossia la differenza tra la posizione finale s raggiunta e la posizione iniziale 3,5 m è direttamente proporzionale al tempo t trascorso. In simboli, $s - 3.5 = 5 \cdot t$ essendo t il tempo trascorso da quando è stato fatto partire il cronometro.

Più in generale possiamo dire che se un corpo si muove di velocità costante v allora percorre spazi uguali in intervalli di tempo uguali. Ciò si scrive più formalmente nel seguente modo:

$$s - s_0 = v (t - t_0)$$

dove s_0 è la posizione iniziale e t_0 l'istante di tempo in cui abbiamo dato inizio all'osservazione.

La scrittura

$$s = 3.5 + 5 \cdot t$$

suggerisce che a ogni istante t sia possibile determinare la posizione del corpo semplicemente aggiungendo una quantità fissa (che è la posizione iniziale) al prodotto fra 5 m/s (velocità del corpo) e l'istante t .

t	s
0	3,5
1	8,5
2	13,5
3	18,5
4	23,5
5	28,5
6	33,5
7	38,5
8	43,5
9	48,5
10	53,5

La tabella che vedi sopra riportata è stata costruita con il foglio elettronico di TI - InterActive! (cliccandoci sopra puoi esplorarla). Costruiscine una tu di 500 righe utilizzando il foglio elettronico presente sul tuo computer.

Nota che quanto abbiamo detto finora consente di risolvere il problema generale: "data la velocità di un corpo che si muove di moto rettilineo uniforme e data la sua posizione in un certo istante in un dato sistema di riferimento, ricavare la posizione in un qualunque istante".

Per esempio, prova a risolvere il seguente problema:

un corpo si muove con velocità costante di 2,4 m/s. Sapendo che dopo 3 s si trova nella posizione 8 m, dove si troverà dopo 4s? E dopo 5s? E dopo 10 s? E dopo 3,1 s? E dove si trovava dopo 2 s? E dopo 2,4 s? E dopo 2,8 s?

Risposta

La velocità, quindi, deve essere pensata come un rapporto di variazioni: il rapporto tra la variazione della posizione e il tempo trascorso.

Si scrive anche:

$$v = (s - s_0) / (t - t_0)$$

Nel caso particolare, e solo in quello, in cui l'intervallo di tempo è unitario, ossia uguale a 1, come quello considerato nella tabella sopra riportata, il numero che esprime la velocità è dato da $s - s_0$.

In base a quanto abbiamo ora detto della velocità come rapporto di variazioni, che significato puoi dare a una velocità negativa?

Risposta

Confronta la risposta che hai fornito con quella di altri compagni

Risultato del confronto

Situazione 2: le variazioni di una popolazione nel tempo

Completa la seguente tabella che fornisce dati sulla popolazione totale francese e sugli stranieri in Francia dall'anno 1851 al 1931.

Legenda: A popolazione totale (in migliaia) ; B: stranieri (in migliaia); C: francesi (in migliaia); D: variazione della popolazione totale (ossia differenza tra il dato che esprime la popolazione finale e quello che esprime la popolazione iniziale. Per esempio, la variazione della popolazione totale dall'anno 1851 all'anno 1861 è data dalla differenza $37386 - 35785$); E: variazione della popolazione francese; F: variazione del numero di stranieri.

Anni	A	B	C	D	E	F
1851	35785	379				
1861	37386	506				
1871	36103	741				
1881	37672	1000				
1891	38343	1102				
1901	38962	1038				
1911	39602	1133				
1921	37500	1417				
1931	41835	2891				

Domanda 1: nella tabella che hai appena completato riesci a trovare qualcosa di analogo alla velocità che hai considerato nella prima situazione?

Domanda 2: puoi fare una stima dell'incremento o del decremento annuale della popolazione totale utilizzando i dati in tabella?

Giustifica le risposte

Risposta alla domanda 1

Risposta alla domanda 2

Confronta le risposte che hai fornito con quelle di qualche tuo compagno.

Risultato del confronto

Situazione 3: pendenza di una strada

Domanda 1: che informazione pensi che venga data a un ciclista quando incontra un cartello del tipo seguente?

Domanda 2: se, da quando ha incontrato il cartello, il ciclista ha percorso 50 metri di strada in salita puoi sapere di quanto è salito in altezza? In caso affermativo, come? In caso negativo, perché?



La risposta alla domanda 1

La risposta alla domanda 2

Pensi che sia possibile ottenere pendenze negative e dare loro un significato?

Risposta

Confrontate le risposte date alle tre precedenti domande e discutete eventuali differenze

Risultato del confronto

In tutte e tre le precedenti situazioni prese in considerazione, hai potuto notare che:

a) si è posta attenzione alle variazioni di una grandezza rispetto a un'altra. Nelle prime due situazioni alle variazioni della posizione nel tempo e alle variazioni del numero di individui nel tempo; nella terza situazione, alla variazione dello spazio percorso in altezza rispetto a quello percorso lungo l'orizzontale. In genere si parla di variazioni coordinate di due grandezze delle quali una è detta variabile indipendente (il tempo nelle prime due situazioni e lo spazio lungo l'orizzontale nella terza) e l'altra è detta variabile dipendente (la posizione nella prima situazione, il numero di individui nella seconda e lo spazio percorso in altezza nella terza);

b) si è posta attenzione ai rapporti fra le variazioni di tali grandezze;

c) questi rapporti, possono essere positivi (e in tal caso all'aumentare della variabile indipendente aumenta anche la variabile dipendente) oppure negativi (e in tal caso, all'aumentare della variabile indipendente, diminuisce la variabile dipendente);

d) se i rapporti fra le variazioni di due grandezze variabili x (variabile indipendente) e y (variabile dipendente) sono costanti (ossia non variano), allora i valori di y si ottengono moltiplicando quelli di x per il valore del rapporto e aggiungendo poi al risultato così ottenuto il valore che y assume per $x = 0$. In simboli, $y = k \cdot (x - x_0) + y_0$

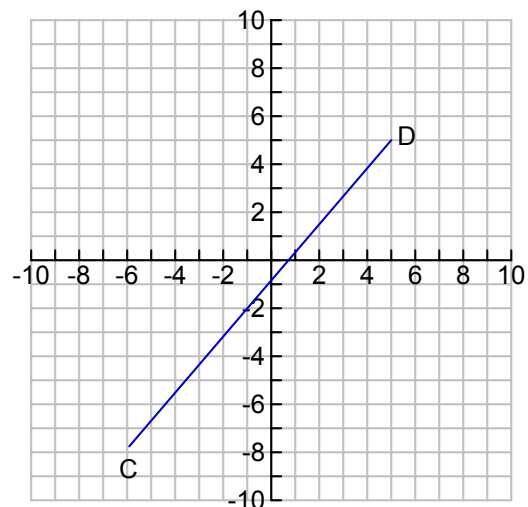
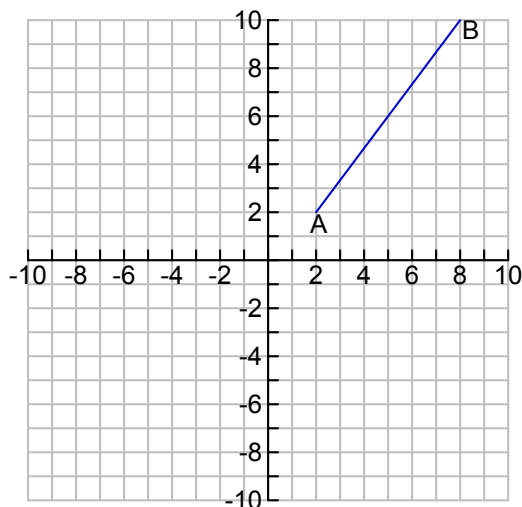
Prima di andare avanti, cerca di comprendere perché la formula $y = k \cdot (x - x_0) + y_0$ rappresenta bene quanto detto al punto d). Confronta la tua risposta con quella data da altri tuoi compagni ed, eventualmente, chiedi chiarimenti all'insegnante, ma non preoccuparti troppo se il significato della formula ti sarà ancora oscuro: alla fine della scheda 6 ti riproporremo la domanda e, allora, probabilmente, tutto ti sarà più chiaro.

Risposta (con la precisazione di eventuali difficoltà incontrate nel capire la domanda)

Riprenderai in considerazione con più calma queste tre caratteristiche. Per ora limitati a osservare che la velocità, la variazione della popolazione nel tempo e la pendenza hanno in comune la caratteristica di essere rapporti fra variazioni di due grandezze y e x .

Quando tali rapporti sono costanti il grafico della variazione di y rispetto ad x è quello di una retta. Si dice anche che y varia linearmente rispetto ad x o che y è una funzione lineare di x . Il rapporto costante si dice pendenza della retta (o del grafico della funzione lineare o anche, più semplicemente, della funzione lineare).

Così come si determina la pendenza di una strada, è possibile determinare la pendenza di un segmento. Considerate i segmenti AB e CD rappresentati sui seguenti piani cartesiani:



Come potete determinare la pendenza di AB e di CD ?

È possibile che un segmento abbia pendenza negativa?

Risposta del gruppo:

Esegui ora la seguente attività individualmente:

apri il file " [pendenzasegmento](#) " cliccando sulla parola calda. Osserva che cosa accade al rapporto fra la variazione delle ordinate e quella delle ascisse al variare delle posizioni di B e A sul piano cartesiano. Effettua almeno una decina di calcoli di tali rapporti. Riporta qui di seguito quanto ritieni di poter concludere dalle tue osservazioni.

Le mie conclusioni:

Confronta ora le tue conclusioni con quelle delle compagne e dei compagni del tuo gruppo e, eventualmente, di altri gruppi. Nella prossima lezione, se lo ritenete utile, discutete analogie e differenze con l'insegnante.

Eventuali osservazioni del gruppo in seguito al confronto delle conclusioni individuali

L'animazione a cui puoi accedere cliccando l'hotword "pendenza2" sottoriportata ti consente di avere un'idea di come varia la pendenza del segmento OP (ossia il rapporto fra PH e OH) quando l'angolo HOP varia da 0° a 90° . Per raggiungere questo scopo, nel file viene rappresentato un piano cartesiano nel quale in ascissa è stata riportata la misura dell'angolo e in ordinata il valore della pendenza. Muovendo il punto P vedrai disegnarsi una traccia colorata che rappresenta il grafico della pendenza sul piano cartesiano: i punti del grafico

hanno come ascissa il valore dell'angolo e come ordinata quello della corrispondente pendenza. Prima di aprire l'animazione e di vedere che cosa accade alla pendenza quando l'angolo HOP varia fra 0° e 90° , cerca di immaginare tu che tipo di grafico dovrebbe comparire sullo schermo... fai uno schizzo su un foglio di tale grafico e poi:

- a) confronta il tuo grafico con quello prodotto dai tuoi compagni di gruppo
- b) confronta il grafico che hai prodotto con quello che viene tracciato sullo schermo quando si trascina P (se vuoi far ritracciare il grafico, devi chiudere il file e poi riaprirlo).

[pendenza2](#)

Discutete nel vostro gruppo i risultati delle esplorazioni.

In particolare, per aiutarvi a ottenere informazioni dall'esplorazione, suggeriamo di provare a rispondere alle seguenti domande:

- a) dite qual è la pendenza corrispondente all'angolo di 45° .
- b) Quale angolo corrisponde, all'incirca, alla pendenza 2.
- c) Quale angolo corrisponde, all'incirca, alla pendenza 0,5.
- d) La relazione che lega la pendenza all'angolo è lineare? Perché?

Discutete quindi dubbi e idee con l'insegnante.

Le risposte alle domande, le idee e i dubbi del gruppo sui risultati delle esplorazioni

La definizione di una funzione che calcoli la pendenza con TI-InterActive!

Abbiamo detto che il concetto di pendenza è particolarmente importante. Per questo motivo vi chiedo di definire in TI-InterActive! una funzione, chiamiamola $\text{pend}(a,b)$, che ogni volta che venga eseguita fornisca la pendenza del segmento AB.

Come fare per definire la funzione pendenza? Alcuni suggerimenti (da seguire e leggere in gruppo, e da completare a casa, eventualmente utilizzando anche la comunicazione a distanza)

La prima cosa da fare è decidere la rappresentazione da utilizzare per inserire un punto in TI-InterActive!. Se ci pensate, un punto nel piano cartesiano è una coppia ordinata di numeri: il primo numero, ossia il primo componente della coppia, rappresenta l'ascissa e il secondo numero l'ordinata. Per esempio, la coppia (3,4) indica un punto avente ascissa (x) uguale a 3 e ordinata (y) uguale a 4 (ricorderete che l'asse delle x è, in genere, quello orizzontale, mentre l'asse delle y è, in genere, quello verticale).

Identificare un punto con una coppia ordinata di numeri reali è il primo passo per rappresentare un punto in TI-Inter-Active!. Infatti TI-Inter-Active! accetta le *liste*, che sono strutture dati particolarmente adatte a rappresentare sequenze ordinate di numeri (coppie, terne, quaterne,...). Poiché un punto è una coppia ordinata di numeri reali, per rappresentare in TI-InterActive! il punto P(3,4) sarà sufficiente inserire nella calcolatrice di TI-InterActive! la lista {3, 4} (nota che la lista viene riconosciuta per l'uso delle parentesi graffe; gli elementi della lista sono separati l'uno dall'altro da una virgola).

Supponiamo di voler inserire nella calcolatrice di TI-InterActive! i punti A(2,1) e B(5,-3). Allo scopo apriamo la calcolatrice cliccando con il mouse sul primo

bottone del menu a icone  e digitiamo

{2,1} STO m

{5, -3} STO n

Le parentesi graffe si trovano nell'editor parentesi, prima colonna, seconda riga della calcolatrice; il tasto STO (dall'inglese "store", immagazzinare) consente di immagazzinare dati in una cella di memoria e si trova nella prima colonna e penultima riga della calcolatrice. Così facendo dovremmo ottenere:

$\{2, 1\} \rightarrow m$

$\{2, 1\}$

$\{5, -3\} \rightarrow n$

$\{5, -3\}$

la calcolatrice ha immagazzinato nelle due variabili m e n i due punti, ossia le due

liste

{2,1} e {5, -3}.

Provate ora a scrivere $m[1]$ (attenzione: parentesi quadrate!) e a battere ENTER. La calcolatrice dovrebbe restituire 2, ossia la prima componente della lista m . Infatti la scrittura $m[i]$ indica l' i -esimo componente della lista m . Provate a scrivere sulla calcolatrice $n[1]$ e a battere invio. E se voleste ottenere -3, ossia l'ordinata del punto B, che cosa dovrete digitare? Verificate la correttezza delle vostre risposte utilizzando TI - InterActive!

Siete pronti per definire la funzione $\text{pend}(a,b)$ che, date le due liste a e b in ingresso (ossia il punto A e il punto B) restituisce la pendenza del segmento di estremi A e B.

Bastano le seguenti istruzioni e ... un po' di spirito d'iniziativa!

Per definire una funzione bisogna indicare a TI-InterActive! quello che intendiamo fare; la parola chiave è DEFINE che appunto indica che verrà definita una funzione (potete digitare voi stessi da tastiera la parola Define, dopo aver aperto la calcolatrice, oppure cliccare su math, quindi variable e poi define).

Il comando "Define" richiede come argomenti il nome della funzione, l'esplicitazione delle sue variabili, quindi il segno uguale (=) e l'espressione della funzione:

Define funcName(arg1Name, arg2Name, ...) = expression

Per la sintassi dei vari comandi imparate anche a consultare l'help in linea di TI-InterActive!, vi renderà molto più autonomi nell'uso.

La funzione $\text{pend}(a,b)$ che vogliamo definire dovrà essere tale da restituire il risultato del calcolo $(b[2]-a[2])/(b[1]-a[1])$ se i due punti non stanno su una stessa verticale (e quindi se le ascisse dei due punti sono diverse, ossia se $a[1]$ è diverso da $b[1]$), mentre deve dare il valore "impossibile" se i due punti hanno stessa ascissa (in questo caso, come dovrete avere visto nelle precedenti esplorazioni, non è possibile definire la pendenza, in quanto si dividerebbe per 0).

Si tratta quindi di una funzione che utilizza uno schema di calcolo solo se $a[1]$ è diverso da $b[1]$, altrimenti restituisce un messaggio che indica che, se $a[1]=b[1]$ non è possibile calcolare la pendenza.

Per definire una funzione che si comporti in modo diverso a seconda dei dati di ingresso si usa il comando "when", digitando quanto scritto qui di seguito nella

finestra che si apre cliccando sul bottone  :

Define $\text{pend}(a,b)=\text{when}(a[1] \neq b[1], (b[2]- a[2])/(b[1]-a[1]), \text{impossibile})$

Battuto il tasto di invio, dovrete ottenere una finestra come la seguente (il simbolo per il segno di "diverso" si trova nella terza riga-terza colonna della calcolatrice)

$$\text{Define pend}(a, b) = \begin{cases} \frac{b_{[2]} - a_{[2]}}{b_{[1]} - a_{[1]}} & a_{[1]} \neq b_{[1]} \\ \text{impossibile} & \text{else} \end{cases}$$

"Done"

La funzione è ora definita e pronta a calcolare. Se provate ad aprire la calcolatrice di TI-InterActive! e a dare il comando $\text{pend}(a,b)$ ottenete

$\text{pend}(m, n)$

$$\frac{-4}{3}$$

Sapete spiegare perché? Proviamo ad aiutarvi (voi completate mettendo al posto dei puntini quello che vi sembra essere corretto, confrontate le vostre risposte con quelle di altri compagni e chiedete all'insegnante eventuali chiarimenti).

Al comando $\text{pend}(m,n)$, TI-InterActive! richiama la funzione $\text{pend}(a,b)$ prima definita. A questo punto la funzione pend viene computata sostituendo il parametro formale a con la lista m prima memorizzata e il parametro formale b con la lista, calcolando così

Provate a vedere che cosa accade se al posto di $\text{pend}(a,b)$ scrivete semplicemente $\text{pend}()$. Avete capito?

Provate ora se la vostra funzione $\text{pend}(a,b)$ appena definita va bene, facendo calcolare a TI-InterActive! la pendenza dei seguenti segmenti :

PQ con P(2,4) e Q(1, 6)

MN con M(-1, 0) e N(-3, -5)

EF con E(-21/3, 41/5) F(11/231, 7/561)

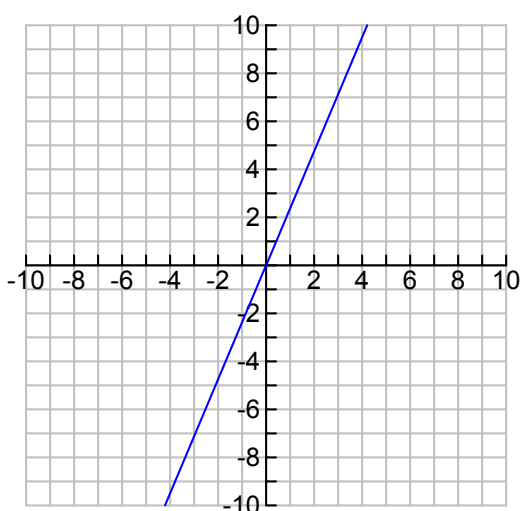
In alcuni casi può essere vantaggioso rendere automatici certi calcoli!

Che cosa risponderebbe TI-InterActive! alla richiesta di calcolare la pendenza del segmento HK di estremi H(1; 4) e K(1; 8)? Provate a rispondere prima di interpellare TI-InterActive!

Ha senso, secondo voi, estendere la definizione di pendenza di un segmento a quella di pendenza di una retta? Giustificate la risposta.

La risposta del gruppo alla domanda

Il grafico seguente (retta passante per l'origine del sistema di riferimento) è quello di una funzione lineare che ha come pendenza il valore indicato dal cursore mobile (per vederlo devi cliccare due volte con il mouse sul cursore). Muovendo il cursore cambia la pendenza della funzione lineare. Osservate gli effetti del variare del valore della pendenza sul grafico della retta.



Un problema (attività individuale tratta dagli Standards americani)

La massima pendenza delle rampe per l'accesso dei disabili è 0.083. La massima distanza da terra permessa per una singola rampa alla massima pendenza è 9m. Disegnate una rampa per una porta che ha la sua soglia a 1 m di altezza sulla superficie. Qual è la lunghezza minima della rampa che può essere usata in questa situazione?

La mia risposta al problema

Scheda 4 Ancora sulla pendenza

(Attività da svolgere in gruppo. Tempo concesso per l'attività: un'ora circa di cui almeno la metà per la "domanda da un milione di dollari")

1. Confrontate il lavoro svolto a casa. Dopo aver chiesto all'insegnante eventuali chiarimenti, utilizzate la funzione che avete definito in TI-InterActive! per calcolare la pendenza dei segmenti AB, CD, EF con

A(1; -1) B(2; -1/2) C(0; -3/4) D(-1 ; -2/3) E(-1; -2) F(-2/3; -7/8)

Eseguite un controllo di massima dei risultati ottenuti facendo uno schizzo su un foglio che rappresenti i tre segmenti: quali informazioni utilizzate per effettuare questo controllo?

La risposta del gruppo alla domanda

Provate a disegnare su un piano cartesiano un segmento che ha pendenza 1, ossia del 100%. (per i disegni potete utilizzare il modulo Graph di TI - interActive! ... se avete difficoltà a capire come funziona, chiedete aiuto all'insegnante) Potreste disegnare un segmento che ha una pendenza 2, ossia del 200%? Se sì, come? Se no, perché?

La risposta del gruppo alla domanda

Potete calcolare la pendenza di un segmento verticale? Perché? Che risposta dà la vostra calcolatrice?

La risposta del gruppo alla domanda

Domanda da ... un milione di dollari: ha senso parlare di pendenza di una curva? Può essere utile? Perché? Che informazioni dà? Può essere definita, calcolata in qualche modo? Giustificate le risposte fornite e, soprattutto, tenete traccia della discussione relativa a questa domanda.

La risposta del gruppo alla domanda

Scheda 5: le funzioni lineari con graphic calculus

(Attività in laboratorio di informatica a coppie. Tempo previsto: almeno tre ore di lavoro in classe e il resto di completamento e sistemazione a casa)

1. Entrate nell'ambiente "Line" di Graphic Calculus. (Se avete difficoltà tecniche con Graphic Calculus, chiedete aiuto all'insegnante). Selezionate l'opzione "Fraction" nel menu "Numbers" e fate in modo che siano attivati tutti i menu "Formula", "Intercept", "Slope", "Zero". Con il mouse trascinate uno dei due punti rossi per cui passa la retta e vedete che effetto ha il vostro trascinamento su grafico, formula, intercept, slope e zero. Ogni volta usate anche i due bottoni del menu a icone in alto a sinistra "read slope". Cercate di dare un'interpretazione di ciascuno degli oggetti che state tenendo sott'occhio: slope, intercept, formula, zero. Che differenza c'è tra i due bottoni "read slope"?

La risposta della coppia alle domande:

a) interpretazione di slope

b) interpretazione di intercept

c) interpretazione di formula

d) interpretazione di zero

e) differenza tra i due bottoni "read slope"

2. Perché la pendenza è una caratteristica essenziale di una retta? Si può dire che conoscendo la pendenza di una retta si individua la retta in modo univoco? Giustificate la risposta.

La risposta della coppia alle domande:

a) perché la pendenza è una caratteristica essenziale di una retta?

b) Si può dire che conoscendo la pendenza di una retta si individua la retta in modo univoco?

3. Se avete risposto in modo negativo all'ultima domanda dell'esercizio precedente, dite quali informazioni sono necessarie e sufficienti per individuare una retta in un piano cartesiano.

La risposta della coppia alla domanda:

Confrontate la vostra risposta con Cabri: (se avete difficoltà tecniche con Cabri, chiedete aiuto all'insegnante) quante informazioni e di che tipo potete dare a Cabri per far sì che sia possibile disegnare in Cabri una retta?

La risposta della coppia alla domanda:

4. (da svolgere a casa, possibilmente a coppie o in piccoli gruppi) Vi

chiediamo ora di pensare alla proposta di un'attività di applicazioni sulle funzioni lineari per vostri compagni del secondo anno e ad alcuni esercizi di verifica delle conoscenze apprese. Per aiutarvi in questa difficile compito, vi suggeriamo di ispirarvi a un'attività e ad alcune prove di verifica proposte dalla commissione dell'Unione Matematica Italiana che possono essere scaricate cliccando sull'hotward "[tariffe telefoniche](#)".

Se foste in possesso di offerte e dati più aggiornati sulle tariffe telefoniche, potreste utilizzarli per rendere più attuale la proposta dell'UMI. Naturalmente l'attività che dovete costruire andrà sfrondata da tutte quelle indicazioni che si trovano sulla proposta UMI e che sono dirette all'insegnante. Buon lavoro!

La nostra proposta di attività

La nostra proposta di prove di verifica

5. (da svolgersi in classe)

Sia data la funzione lineare definita dalla formula $y = 2x + 1$. Costruite con un foglio elettronico una tabella con tre colonne e una ventina di righe (se avete difficoltà tecniche con Excel, chiedete aiuto all'insegnante). Nella prima fate variare la variabile x con passo costante a partire dal valore -4 ; nella seconda mettete i corrispondenti valori della y . La terza sia la colonna delle differenze fra valori consecutivi di y (ossia $y_2 - y_1$ nella seconda cella della colonna, $y_3 - y_2$ nella terza cella e così via, fino a $y_{20} - y_{19}$). Che cosa osservate nella terza colonna? Vi aspettavate questo risultato? Pensate che qualcosa di simile si ottenga per qualsiasi funzione lineare? Perché?

La risposta della coppia alle domande:

a) Che cosa osservate nella terza colonna?

b) Vi aspettavate questo risultato e perché?

c) Pensate che qualcosa di simile si ottenga per qualsiasi funzione lineare? Perché?

6. (da svolgersi in classe) Provate a determinare i primi 10 termini della successione di valori caratterizzati dalle due seguenti condizioni:
- a) il primo termine ha valore 5
 - b) ogni termine si ottiene dal precedente addizionando 2

La risposta della coppia alla domanda

Considerate ora i punti aventi come ascissa il numero d'ordine del termine della successione prima considerata e come ordinata il corrispondente valore. Questi punti stanno su una retta? Quale? Giustificate la risposta.

La risposta della coppia alle domande

7. (da svolgersi in classe) Come potreste definire con una formula, in generale, una successione che parta da un valore iniziale e tale che ogni termine si ottenga addizionando al precedente un numero reale a ? I punti di questa successione stanno sempre su una retta? Giustificate la vostra

risposta spiegando *perché no*, se avete risposto *no* e scrivendo una formula che rappresenti la funzione lineare che ha per grafico la retta su cui stanno i punti, se avete risposto *sì*.

La risposta della coppia alle domande

8. (da svolgersi in classe) Confrontate le risposte alle domande 5, 6 e 7 date da altre coppie di compagne e compagni analizzando analogie e differenze.

Il risultato del confronto scritto dalla coppia che ha lavorato in laboratorio

9. (Attività da svolgere individualmente o a coppie a casa, come consolidamento)

Visita i siti

<http://standards.nctm.org/document/eexamples/chap7/7.5/index.htm>

<http://standards.nctm.org/document/eexamples/chap6/6.2/index.htm>

e svolgi le attività in essi suggerite

Eventuali mie (se siete in coppia, precisate i nomi) osservazioni, dubbi o richieste di chiarimento

Scheda 6

dalla formula al grafico e dal grafico alla formula di una funzione lineare

(Attività in laboratorio di informatica a coppie. Tempo previsto: due ore in classe con completamento a casa, sempre a coppie o, se non possibile, individualmente o con collaborazione a distanza)

1. Data la formula di una funzione lineare è possibile determinarne il grafico trovandone due punti? Giustificate la risposta.

Risposta

2. Disegnate su un foglio i grafici delle funzioni rappresentate dalle formule:

$$y = 3x - 4 \quad y = -3x - 3; \quad y = x/3 - 2/3; \quad 2x - y + 1 = 0 ;$$
$$3x - 2y + 3 = 0$$

Controllate i grafici disegnati sul foglio con quelli che potete ottenere utilizzando il modulo "Graph" di TI - InerActive!

3. Secondo voi è possibile, in teoria, dato il grafico di una funzione lineare, determinare una formula che la rappresenti? Cercate di giustificare la vostra risposta.

La risposta della coppia alla domanda:

4. Entrate nell'ambiente di Graphic Calculus "Finding the formula"; alla richiesta del percorso, cercate la cartella "Fichiers" sul vostro computer e poi lanciate il file "formula". Selezionate "Linear" e partite. Cercate di capire che cosa vi chiede questo ambiente di Graphic Calculus e provate a rispondere alle varie domande. Prima di scrivere la formula corrispondente al grafico, pensate attentamente e discutete la strategia risolutiva, in modo da condividerla o da precisare gli eventuali punti di disaccordo. Lavorate con attenzione e concentrazione e senza fretta, altrimenti non riuscirete a svolgere l'attività conclusiva di questa scheda.
5. Con che tipo di formula è possibile rappresentare, in generale, una funzione lineare? Quante informazioni vi servono per individuare il grafico di una funzione lineare? Quali possono essere queste informazioni?

La risposta della coppia alla domanda:

6. Risolvi, individualmente, i seguenti esercizi:

- a) determina una formula che rappresenti la funzione lineare che ha come pendenza (slope) 3 e quota (intercept) 5

Risposta

- b) determina una formula che rappresenti la funzione lineare che ha come pendenza (slope) 3 e il cui grafico passa per il punto (1; 2)

Risposta

- c) determina una formula che rappresenti la funzione lineare che ha come pendenza (slope) 3 e come zero 5

Risposta

d) determina una formula che rappresenti la funzione lineare il cui grafico passa per i punti A(2; 4) e B (5; 6)

Risposta

e) determina una formula che rappresenti la funzione lineare che ha come zero 6 e il cui grafico passa per il punto A(2;5)

Risposta

6. Confronta le tue risposte con quelle fornite dalla tua compagna o compagno

7. Cercate di scrivere una procedura che, in generale, risolva il problema di determinare, dati due punti, una formula che rappresenti la funzione lineare il cui grafico passi per i punti dati.

Risposta della coppia:

8. (da svolgere individualmente) In precedenza si era detto che, se i rapporti fra le variazioni di due grandezze variabili x (variabile indipendente) e y (variabile dipendente) sono costanti (ossia non variano), allora i valori di y si ottengono moltiplicando quelli di x per il valore del rapporto e addizionando poi al risultato così ottenuto il valore che y assume per $x = 0$. In simboli, $y = k \cdot (x - x_0) + y_0$

Perché la formula $y = k \cdot (x - x_0) + y_0$ rappresenta bene quanto detto in precedenza?

Risposta

Se sai che una funzione lineare ha pendenza 3 e che $f(2)=5$, come calcoleresti $f(2.1)$, $f(1.9)$, $f(3)$, $f(1)$, $f(10)$, $f(0)$?

Risposte

$f(2.1)=$

$f(1.9)=$

$f(3)=$

$f(1)=$

$f(10)=$

$f(0)=$

Quale espressione generale ha la funzione lineare $f(x)$ che ha pendenza 3 e tale che $f(2) = 5$?

Risposta

$f(x)=$

Che significato date alla formula $f(x) = f(x_0) + p*(x - x_0)$?

Risposta

Scheda 7: confronti di funzioni lineari

(attività di produzione individuale; in seguito di confronto in piccoli gruppi; infine discussione matematica guidata dall'insegnante alla presenza di tutta la classe.

Tempo previsto per l'intera attività: due ore di lavoro in classe e il resto di completamento e sistemazione a casa)

1. (Individuale) Confronta le seguenti coppie di funzioni lineari (ossia di' per quali x la prima funzione di ogni coppia assume valori minori, uguali o maggiori della seconda)

$$y = \frac{1}{5}x - 4$$

$$y = \frac{1}{10}x + 9$$

Risposta

2. (In gruppo) Confrontate nel vostro gruppo di lavoro i procedimenti risolutivi attuati e le risposte fornite al precedente esercizio. Esiste qualche strategia per accorgersi subito che da un certo valore di x in poi una delle due funzioni assume valori maggiori dell'altra? Giustificate la risposta.

Risposta del gruppo alla domanda

3. (In gruppo, per chi ha effettuato esperienze con i sensori di movimento) A qualcuno di voi è venuto in mente di interpretare le variabili x e y di una funzione lineare rispettivamente come il tempo e la posizione di un corpo in movimento? In questo caso che cosa potrebbero rappresentare la pendenza (slope) e la quota (intercept)? Questa interpretazione, nel caso vi sembri possibile, vi aiuta nel problema di confrontare fra loro due funzioni lineari? Discutetene nel vostro gruppo e redigete una breve relazione delle

conclusioni della vostra discussione.
Relazione del gruppo sulla discussione

4. (Individuale) Dedica una decina di minuti di riflessione individuale per individuare una strategia risolutiva al seguente problema: “come si può determinare il segno della funzione $f(x) = (2x - 1)/(1 - 3x)$?”.

La mia strategia risolutiva

5.(In gruppo) Confrontate e discutete in gruppo le strategie risolutive seguite individualmente.

La strategia risolutiva pensata dal gruppo

6. (Individuale) Dedica una decina di minuti di riflessione individuale per individuare una strategia risolutiva al seguente problema
“determinare il punto di intersezione delle due rette che sono grafici delle funzioni lineari rappresentate dalle due formule $y = 3x - 2$ e $y = 4x + 1$?”.

La mia strategia risolutiva

7. (In gruppo) Confrontate e discutete in gruppo le strategie risolutive seguite individualmente.

La strategia risolutiva pensata dal gruppo

8. (Discussione matematica collettiva guidata dall'insegnante)

Prestate particolare attenzione alla fase di discussione collettiva delle strategie messe in atto per risolvere gli esercizi fino a ora proposti nella scheda 7.

9. (Individuale)

Confronta le due funzioni lineari, ossia di per quali valori di x la prima assume valori che sono, rispettivamente, maggiori, uguali e minori della seconda

a) $y = 3x - 5$ $y = 2x + 10$

b) $y = 0.5x - 3$ $y = 2x - 20$

c) $y = -3x + 1$ $y = 2x - 3$

d) $y = -5x + 1$ $y = -3x + 2$

e) $y = -4x - 1$ $y = -5x + 2$

Risposte

a)

b)

c)

d)

e)

Le attività di esplorazione, scoperta e costruzione di significato relative alle funzioni lineari dovrebbero essere completate. Segue ora un'attività di

sistemazione, formalizzazione e consolidamento delle conoscenze e tecniche apprese che, dopo aver seguito le due ore di lezione a esse dedicate, devi compiere per la maggior parte del tempo individualmente, consultandoti con tuoi compagni o tue compagne solo dopo aver riflettuto bene sui chiarimenti di cui pensi di aver bisogno. Lo stesso vale per le richieste di precisazione e spiegazione che vuoi porre all'insegnante: cerca di chiarire bene che cosa e perché vuoi chiedere. Naturalmente devi chiedere aiuto se qualche passo del riassunto e della sistemazione non ti fosse chiaro o non riuscissi a svolgere qualche esercizio di consolidamento.

Ti consigliamo di rispondere prima al test di autovalutazione per vedere se hai acquisito le conoscenze e le tecniche fondamentali, quelle necessarie per proseguire nelle lezioni. In seguito passerai alla sistemazione e agli esercizi di consolidamento. Ricorda inoltre che le schede e le attività che hai svolto sono sempre un punto di riferimento importante per il tuo studio, per l'attività di sistemazione, per quella di ripasso e consolidamento e anche per quella di recupero (nel caso tu sia piuttosto disorientata o disorientato, ti consigliamo di riprendere con attenzione tutte le attività già svolte)

[Riassumendo e sistematizzando](#)

[Test di autovalutazione](#)

[Esercizi di consolidamento](#)

[Esempi di verifiche](#)