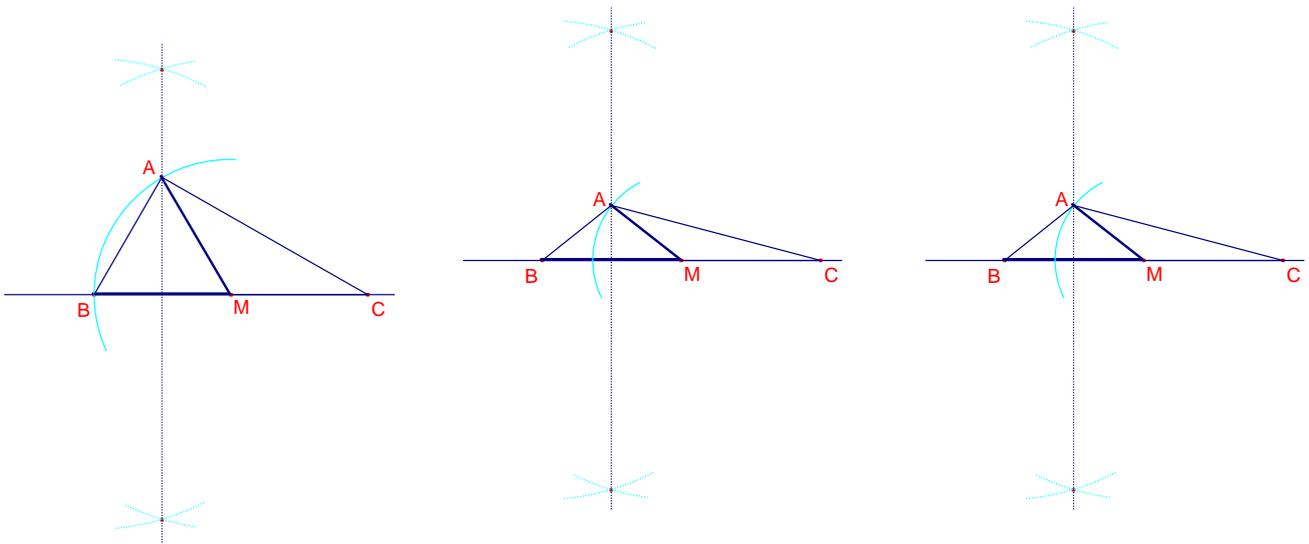


## Il problema di Ottobre 2006

1) Fissato un segmento  $BC$ , costruire un triangolo  $ABC$  in cui la mediana  $AM$  sia congruente al lato  $AB$ .

2) Come si dovrà scegliere  $AM$  affinché il triangolo  $ABC$  sia rettangolo o acutangolo o ottusangolo?

Giustificare le risposte.



### Commento

Abbiamo ricevuto otto risposte, due da scuole secondarie inferiori, cinque da scuole superiori, una non ha dichiarato la provenienza.

Diamo il benvenuto alle scuole e agli studenti che per la prima volta partecipano a questa attività. Contiamo di riuscire a coinvolgerli anche in seguito con i nostri quesiti.

- *SM "C.A. Dalla Chiesa", San Genesio ed Uniti (PV)*
- *ITI "G. Giorgi", Brindisi (BR)*
- *LS "G.C. Vanini", Lecce (LE)*
- *LS "G.B. Scorza", Cosenza (CS)*
- *ITCG "Ruffini" Imperia (IM)*
- *SM "Galilei", Sasso Marconi (BO)*
- *LC "T.L. Caro" Sarno (SA)*
- *Sconosciuto.....*

Nel problema proposto si chiedeva prima una semplice costruzione basata sulla proprietà dell'asse di un segmento, poi la discussione sui vari tipi di triangoli che si potevano ottenere con quella costruzione.

Tutti gli studenti che hanno risposto hanno “tracciato” e non “costruito” l'asse necessario per ottenere il triangolo richiesto nella prima parte.

La seconda domanda era stata formulata (*Come scegliere il segmento AM ...*) con l'intento di suggerire un confronto operativo (con compasso puntato in M) fra i segmenti AM e MB (o MC), come illustrato nelle figure allegate al testo del problema.

L'uso di software geometrici, che permettono di far scorrere un punto su una retta, ha portato la maggior parte degli studenti verso altre considerazioni, non più legate alla costruzione della figura. Inoltre chi ha accolto la nostra indicazione non ha sempre costruito e giustificato il suo operato. Riassumendo: nelle risposte ricevute non abbiamo riscontrato errori, ma carenze nelle costruzioni, come già detto, e/o nelle motivazioni, come succede spesso quando le proprietà osservate sono evidenti.

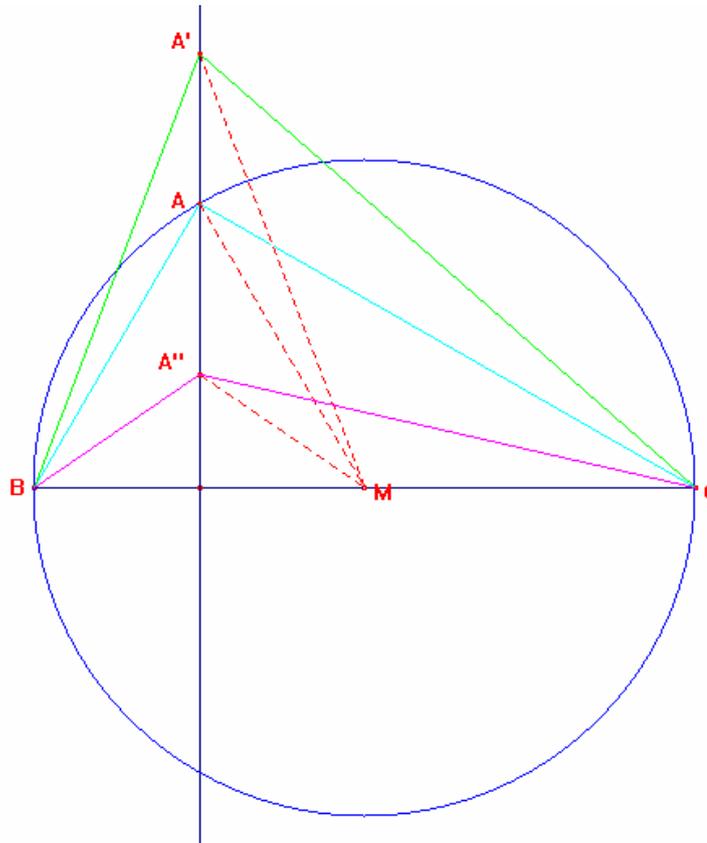
Abbiamo stabilito di presentare le risposte ritenute più complete nelle giustificazioni.

SM “C.A. Dalla Chiesa”, risposta completa, esaurienti le giustificazioni in ogni parte.

ITI “G. Giorgi”, risposta completa in cui si risolve in modo diverso dalla precedente la seconda parte.

**NOTA:** *Le nostre osservazioni sono scritte in parentesi quadra. In doppia parentesi quadra sono indicate le parti omesse.*

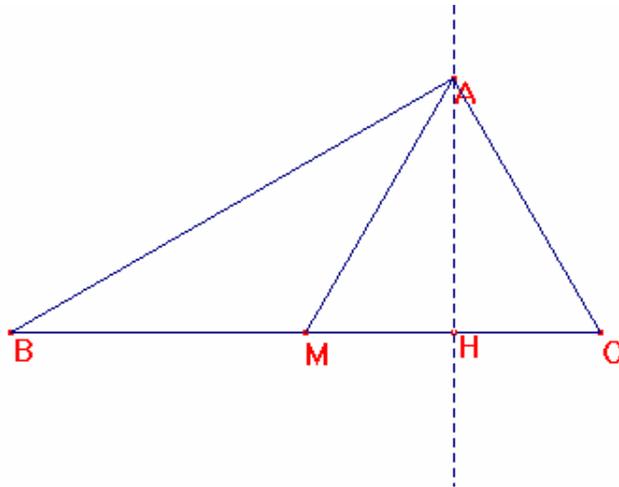
Bonalda Francesco, Lenti Mattia, Pallestrini Gaia, Rivero Alfredo,  
 Usai Michael e Veronesi Chiara  
 classe 3S S.M. "C.A. Dalla Chiesa", S.Genesio ed Uniti (PV)



- ▶ Per costruire un triangolo ABC avente la mediana AM e il lato AB congruenti bisogna costruire l'asse del segmento BM; [...] l'asse di un segmento è il luogo geometrico dei punti equidistanti dagli estremi del segmento e quindi prendendo un qualsiasi punto A sull'asse di BM e unendo quest'ultimo (il punto A) con B, con M e con C si ottiene un triangolo ABC avente la mediana AM uguale al lato AB.
- ▶ Il triangolo ABC sarà:
  - 1) **Rettagolo** nel caso in cui il punto A sarà l'intersezione tra l'asse del segmento BM e la circonferenza di centro M e raggio BM, perché tutti i triangoli inscritti in una semicirconferenza sono sempre rettangoli. In questo caso i segmenti BM, AB, AM, MC sono congruenti e pertanto il triangolo ABM è equilatero.
  - 2) **Acutangolo**: nel caso in cui spostato il vertice lungo l'asse di BM verso l'esterno della circonferenza utilizzata per costruire il triangolo rettangolo. In questo modo le ampiezze degli angoli ABC e ACB (complementari nel caso 1) aumentano entrambe e pertanto l'ampiezza dell'angolo BAM diminuirà se la somma [dei tre angoli] deve essere di  $180^\circ$ .
  - 3) **Ottusangolo**: Viceversa se il vertice A si trova sull'asse del segmento BM, all'interno della circonferenza, l'ampiezza degli angoli ABC e ACB diminuirà e per il ragionamento fatto sopra aumenterà l'ampiezza dell'angolo BAC.

[[...]]

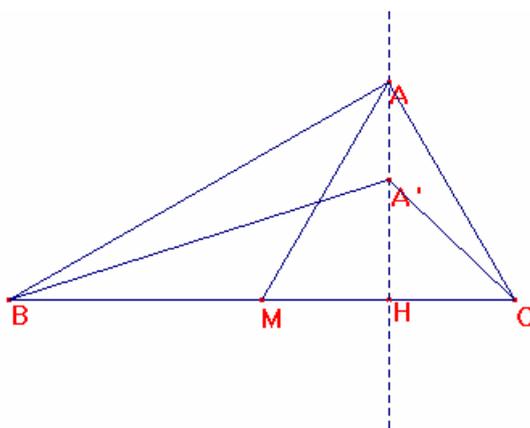
**Laguercia Elisa**  
**Classe 3A spec. Informatica**  
**ITI "G. Giorgi", Brindisi (BR)**



- 1) Il vertice A del triangolo si deve trovare sull'asse del segmento MC in modo che il triangolo ACM risulti un triangolo isoscele su base CM, così i lati AC ed AM sono congruenti come richiesto.
- 2) Affinché il triangolo ACB risulti rettangolo bisogna costruire la mediana  $AM \cong MB$ . Infatti poiché  $MB \cong MC$  per ipotesi (essendo M punto medio di BC), per la proprietà transitiva sarà  $AM \cong MC$ , per cui il triangolo AMC risulterebbe equilatero e di conseguenza

il suo angolo esterno  $\widehat{BMA}$  risulterebbe di  $120^\circ$  ed i due angoli acuti del triangolo isoscele BMA, di  $30^\circ$  ciascuno.

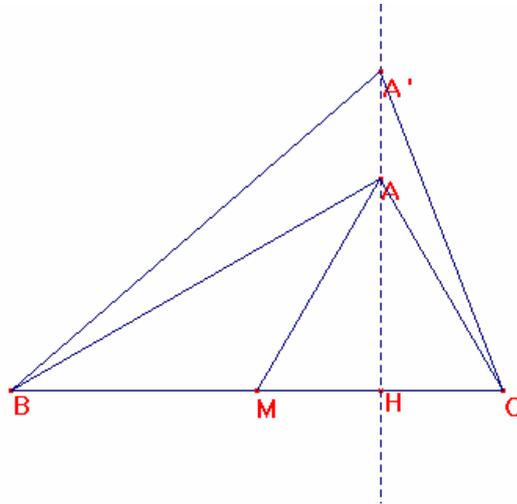
Concludendo :  $\widehat{CAB} = \widehat{CAM} + \widehat{MAB} = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$  e il triangolo CAB è rettangolo.



Se il vertice  $A'$  si trova al di sotto di A l'angolo  $\widehat{A'BC} < \widehat{ABC}$  essendo la semiretta  $A'B$  interna all'angolo  $\widehat{ABC}$  e quindi la sua misura è minore di  $30^\circ$ . Di conseguenza l'angolo  $\widehat{HA'B}$ , complementare di  $\widehat{A'BH}$ , sarà sicuramente maggiore di  $60^\circ$ .

Allo stesso modo si dimostra che l'angolo  $\widehat{CA'H}$  è maggiore di  $30^\circ$ .

Di conseguenza l'angolo  $\widehat{BA'C}$  è maggiore di  $90^\circ$  in quanto è la somma di  $\widehat{BA'H} > 60^\circ$  e di  $\widehat{CA'H} > 30^\circ$ .



Analogamente si dimostra che se A' si trova al di sopra di A l'angolo  $\widehat{BA'C}$  è minore di  $90^\circ$ .