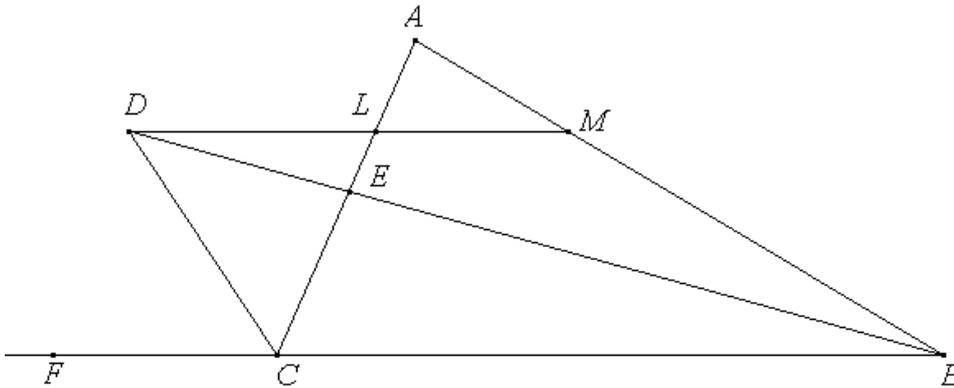


Flatlandia 5-19 Novembre 2007

Il testo del problema:

- 1) La bisettrice interna dell'angolo di vertice B e la bisettrice esterna dell'angolo di vertice C di un triangolo ABC si intersecano in un punto D . La retta parallela al lato CB passante per D interseca la retta del lato AC nel punto L e la retta del lato AB nel punto M . Se le misure dei segmenti LC e MB valgono una 5 cm e l'altra 7 cm, determinare la misura del segmento LM .
- 2) Se il triangolo ABC è equilatero quanto vale la misura di LM ? Per quali altre posizioni del vertice A si ottiene lo stesso risultato?

Motivare le risposte.



Commento

Sono giunte tre risposte, una da una Scuola Media, un'altra da un ITIS e una terza da un ITCG. Il problema richiedeva prima la determinazione della lunghezza di un segmento applicando semplici proprietà geometriche, poi l'esame di un caso particolare e una sua eventuale generalizzazione. In tutte e tre le risposte viene risolta in modo sostanzialmente corretto (anche se con qualche imprecisione di linguaggio) la prima parte del problema (con un procedimento abbastanza simile), mentre in nessuna risposta è presente una soluzione accettabile della seconda parte: la più vicina alla soluzione è quella proveniente dall'ITCG "Ruffini" di Imperia, ma manca la conclusione. Infine vogliamo ribadire ancora una volta che Cabri non è in grado di eseguire alcuna dimostrazione, ma può solo suggerire l'esistenza di certe proprietà che devono poi essere dimostrate.

Il numero di risposte comincia, sia pure molto lentamente, ad aumentare, ma ci aspettiamo una sempre maggiore partecipazione ai prossimi quesiti.

Sono pervenute risposte dalle seguenti scuole:

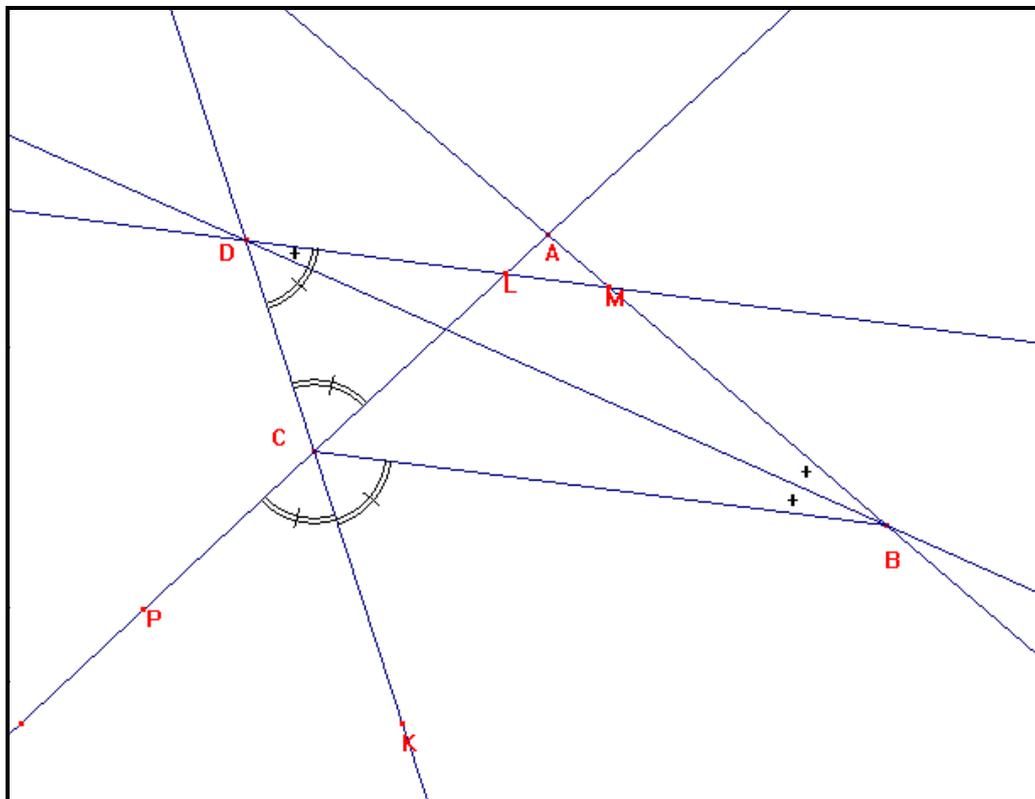
- SM "C.A. Dalla Chiesa", S.Geneseo ed Uniti (PV)
- ITCG "Ruffini", Imperia (IM)
- ITI, LST "F. Berenini", Fidenza (PR)

NOTA. Nelle soluzioni riportate, le correzioni o i commenti sono scritti fra parentesi quadre.

Soluzioni

*Alessandro Trancuccio, Classe 2S
Scuola Media di San Genesio e Uniti (PV)*

1)



Se traccio la bisettrice dell'angolo ABC gli angoli ABD e CBD hanno la stessa ampiezza. L'angolo CBD è uguale [congruente] all'angolo BDM, perché sono angoli alterni interni rispetto alle rette parallele DM e CB tagliate dalla trasversale BD. Allora il triangolo BDM è isoscele e quindi il lato MB è congruente al lato MD. Perciò $MD = 7$ cm.

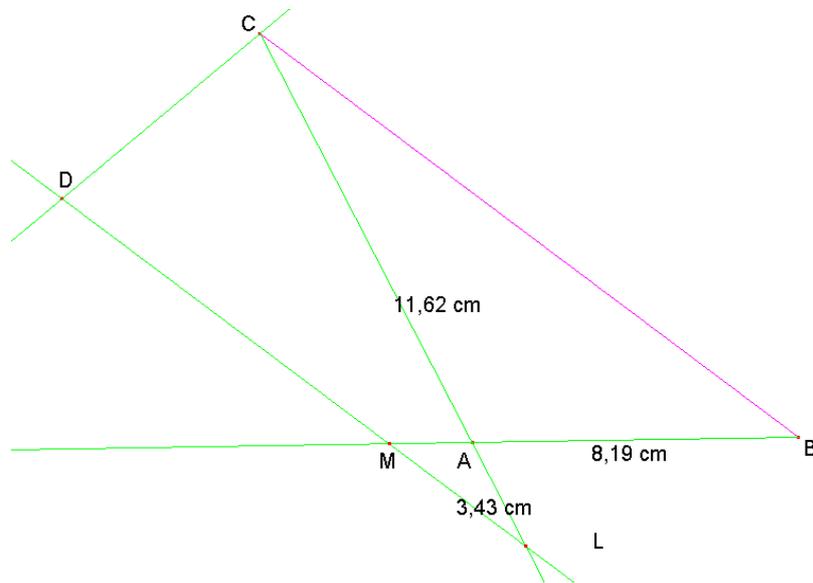
Se traccio la bisettrice dell'angolo PCB gli angoli PCK e BCK sono congruenti. Inoltre l'angolo DCL è uguale [congruente] all'angolo PCK essendo angoli opposti al vertice. Anche gli angoli BCK e CDL sono congruenti, essendo angoli corrispondenti rispetto alle rette parallele CB e DL tagliate dalla trasversale CD. Per la proprietà transitiva dell'uguaglianza [della relazione di congruenza fra gli angoli] sono congruenti anche gli angoli $CDL = [e] DCL$. Allora il triangolo CDL è isoscele e quindi i lati LC e LD sono congruenti. Perciò $LD = 5$ cm.

Si ha perciò che: $LM = MD - LD = 7 \text{ [cm]} - 5 \text{ [cm]} = 2 \text{ cm}$

[Nota: Si può scegliere se utilizzare la parola "uguale" o la parola "congruente", ma, una volta effettuata tale scelta, tutto deve essere coerente... Quando un numero indica una lunghezza occorre mettere l'unità di misura...]

2) [[...]]

1)



IPOSTESI: BD = BISETTRICE DELL'ANGOLO B [Bisettrice interna dell'angolo di vertice B]
CD = BISETTRICE DELL'ANGOLO C [Bisettrice esterna dell'angolo di vertice C]
DM // AL LATO CB

TESI: LM?

$$MB-LC=LM$$

DIMOSTRAZIONE:

- Considerare il triangolo MBD;
- gli angoli MDB e CBD sono congruenti perché angoli alterni interni rispetto le parallele CB e MD tagliate dalla trasversale BD;
- gli angoli CBD e DBA sono congruenti per costruzione;
- quindi il triangolo MBD avente gli angoli alla base congruenti è isoscele;
- quindi $MB = MD$.

- Considerare il triangolo DLC;
- gli angoli LCD e LDC sono congruenti perché angoli alterni interni rispetto alle parallele CB e MD tagliate dalla trasversale CD;
- gli angoli ACB e LCD sono congruenti perché metà dell'angolo LCR;
- quindi triangolo DLC è isoscele perché ha gli angoli alla base congruenti e quindi 2 lati congruenti ($DCL = LDC$ e $DL = CL$);
- per questo $LM = MB-DL$;
- quindi $LM = MB-LC$;
- quindi $LM =$ alla differenza di $MB-LC$; [meglio scrivere semplicemente $LM = MB - LC$]
- quindi $7\text{cm}-5\text{cm} = 2\text{cm}$.

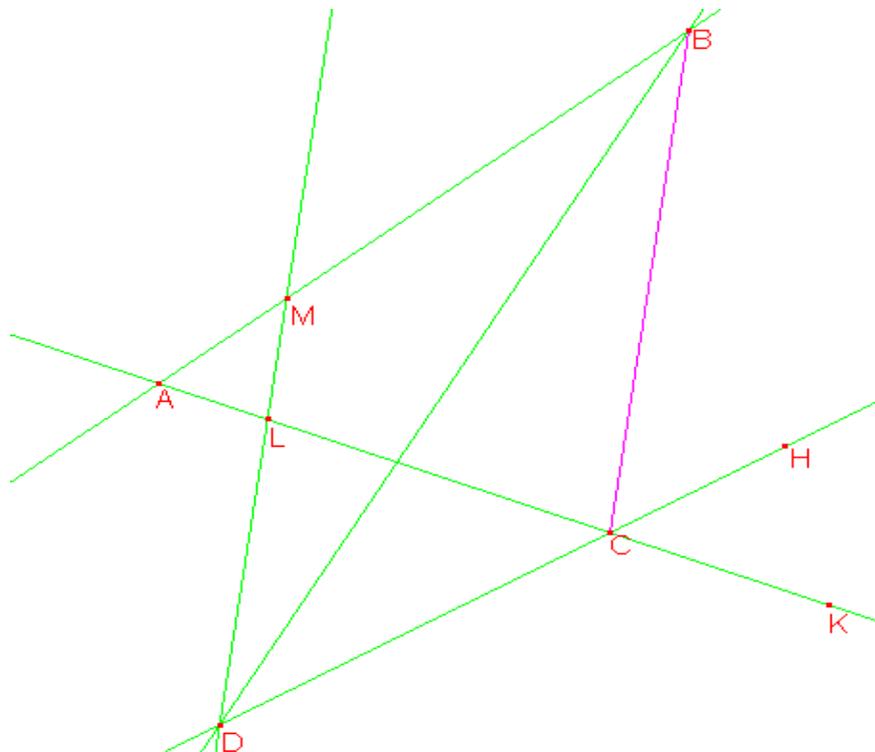
CONSIDERAZIONI FINALI:

Abbiamo dimostrato che LM risulta sempre la differenza tra i segmenti MB e LC, tranne nel caso che la parallela al lato BC non intersechi il segmento AC ma la retta a cui esso appartiene; in questo caso LM risulta la differenza tra LC e MB e non $MB - LC$ come nel caso illustrato precedentemente poiché LC risulta maggiore di MB.

2) [...]

*Arduino, Bortolini, Confalone, Di Pietro, Dulbecco, Grimaldi, Multani, Oda, Pinto, Razzani,
Sahlaoui, Scarella Tallone
Classe 3° Programmatori ITCG "Ruffini" Imperia*

1) Facendo riferimento alla figura seguente,



$MB=7\text{cm}$ e $LC=5\text{cm}$ per ipotesi

BC parallela a LD per ipotesi

$\angle CBD = \angle BDL$ perché [angoli] alterni interni formati dalle parallele LD e BC tagliate dalla trasversale BD

$\angle MBD = \angle CBD$ per ipotesi

→ $\angle MBD = \angle BDL$ per la proprietà transitiva dell'uguaglianza

→ il triangolo DMB è isoscele

→ **$MD=MB=7\text{cm}$**

$\angle KCH = \angle LCD$ perché [angoli] opposti al vertice

$\angle HCB = \angle LDC$ perché [angoli] corrispondenti formati dalle parallele LD e BC tagliate dalla trasversale DC

$\angle HCB = \angle KCH$ per ipotesi

→ $\angle LCD = \angle LDC$ per la proprietà transitiva dell'uguaglianza

→ il triangolo LDC è isoscele

→ **$LD=LC=5\text{ cm}$**

Quindi $LM = MD-LD = 7-5 = 2\text{ cm}$

La figura perciò è corretta. Una costruzione del tipo:

