

# FLATlandia

*"Abbi pazienza, ch  il mondo   vasto e largo" ([Edwin A. Abbott](#))*

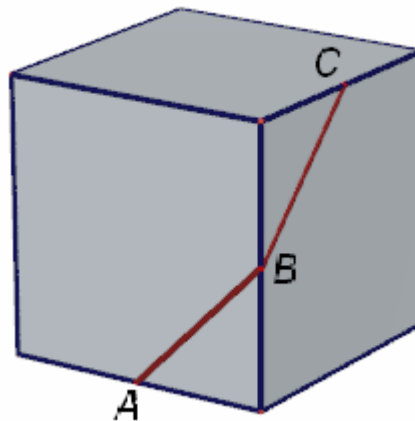
## Flatlandia – Problema di Aprile 2010

Il testo del problema:

  dato un cubo di lato  $2a$ . Indichiamo con  $A$ ,  $B$  e  $C$  i punti medi di tre spigoli (come indicato nella figura qui sotto).

- Calcolare la misura del segmento  $AC$ .
- Determinare l'ampiezza dell'angolo  $ABC$ .

Giustificare le risposte.



### Commento

Abbiamo ricevuto una sola risposta da una classe del triennio di un Liceo Scientifico della provincia di Salerno. Il problema poneva due domande tra loro collegate.

Ancora una volta abbiamo dovuto constatare la scarsa "popolarit " dei problemi di geometria solida nei diversi ordini scolastici, in particolare nelle Scuole Secondarie Superiori. A riprova di quanto detto   il fatto che l'unica risposta pervenuta sia dovuta a una classe IV (cio  una classe che *non* dovrebbe partecipare alla risoluzione dei problemi di Flatlandia).

L'unica risposta ci   pervenuta dalla seguente scuola:

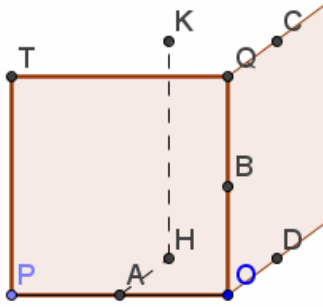
Liceo Scientifico "Rescigno", Roccapiemonte (SA)

*NOTA. Nelle soluzioni riportate, le correzioni, le aggiunte o i commenti sono scritti fra parentesi quadre. Con doppia parentesi quadra vengono indicate le parti omesse.*

### Soluzione

*Classe 4G, LS "Rescigno", Roccapiemonte (SA)*

Siano H e K i centri delle facce inferiore e superiore del cubo

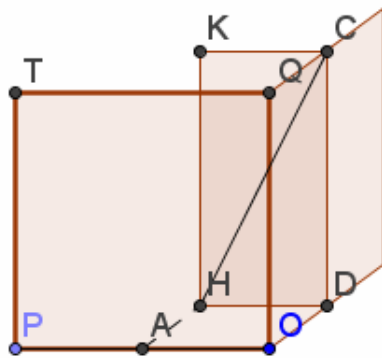


Evidentemente risulta:

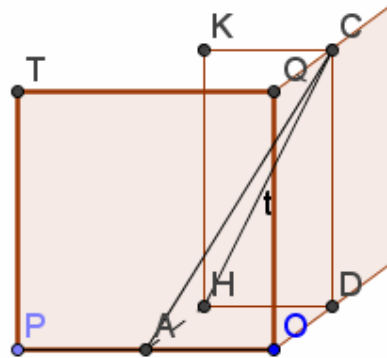
$$AH = a; HK = 2a; KC = a$$

e pertanto, in virtù del teorema di Pitagora

$$HC = \sqrt{HK^2 + KC^2} = \sqrt{4a^2 + a^2} = a\sqrt{5}$$

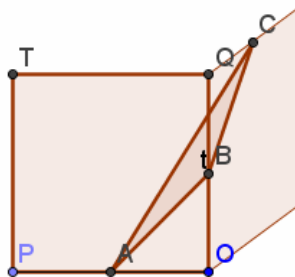


e, dato che il triangolo AHC è retto in H,  
in virtù del teorema delle tre perpendicolari,



$$AC = \sqrt{AH^2 + HC^2} = \sqrt{a^2 + 5a^2} = a\sqrt{6}$$

[cosa dice il Teorema delle tre perpendicolari?...]



Il triangolo ABC è isoscele sulla base AC. Infatti:

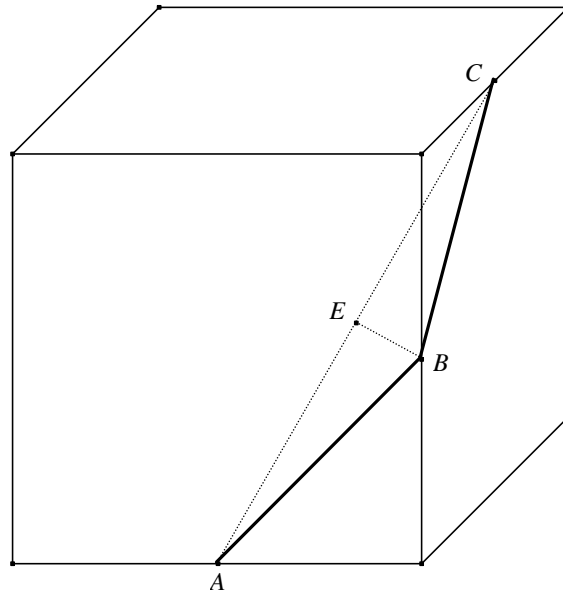
$$AB = a\sqrt{2} \quad BC = a\sqrt{2}$$

Pertanto, in virtù del teorema del coseno:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cos(\angle ABC) \rightarrow 6a^2 = 4a^2 + 4a^2 \cos(\angle ABC) \rightarrow \cos(\angle ABC) = -\frac{1}{2}$$

e pertanto:  $\angle ABC = \frac{2}{3}\pi$

**OSSERVAZIONE.** Si poteva giungere agli stessi risultati seguendo un percorso più adatto alle conoscenze di studenti del primo biennio.



Prendiamo in esame il triangolo  $ABC$ . Una volta ricavate le misure dei lati del triangolo (isoscele)  $ABC$ ,  $\overline{AB} = \overline{BC} = a\sqrt{2}$  e  $\overline{AC} = a\sqrt{6}$ , si può procedere come segue: detta  $BE$  l'altezza di  $ABC$  relativa al lato  $AC$ , si ha  $\overline{BE} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$  e quindi  $\overline{BE} = \frac{1}{2}\overline{AB}$ ; si deduce che  $ABE$  è la “metà” di un triangolo equilatero di lato  $AB$ . Segue che l'angolo  $\angle ABE$  ha ampiezza pari a  $60^\circ$  e di conseguenza l'angolo  $\angle ABC$  ha ampiezza pari a  $120^\circ$ .