

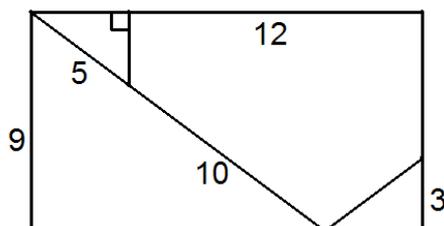
FLATlandia

"Abbi pazienza, ch  il mondo   vasto e largo" ([Edwin A. Abbott](#))

Flatlandia 9 – 23 gennaio 2012 - Commento alle soluzioni ricevute

Il testo del problema:

Un rettangolo   suddiviso in tre triangoli rettangoli e un pentagono come mostrato in figura, dove sono anche indicate le lunghezze di alcuni segmenti.



- 1) Trovare le misure incognite di tutti i lati dei triangoli e del pentagono suddetti.
- 2) Trovare la misura del lato del quadrato equivalente al rettangolo dato e costruire tale quadrato con riga e compasso.
- 3) Verificare che   possibile ricomporre i quattro “pezzi” che formano il rettangolo iniziale in modo da ottenere il quadrato di cui al punto 2.
Motivare le risposte.

Commento

Abbiamo ricevuto venticinque risposte cos  suddivise: due da classi prime delle Scuole Superiori, tredici da classi seconde e quattro da classi terze, sempre di Scuole Superiori e infine in due risposte, ancora di Scuole Superiori, non   precisata la Classe di appartenenza; inoltre abbiamo ricevuto tre risposte da classi di Scuola Media, due di Classi terze e una di Classe seconda, e ancora in una risposta non viene citata n  la Classe, n  la Scuola.

Il problema poneva tre domande (tra loro collegate): nel primo quesito si chiedeva di determinare la misura di alcuni segmenti presenti nella figura iniziale costituita da un rettangolo suddiviso, tramite opportuni segmenti, in tre triangoli e in un pentagono; nel secondo si chiedeva di costruire con riga e compasso un quadrato equivalente al rettangolo iniziale e nel terzo quesito si chiedeva di verificare la possibilit  di riordinare la suddivisione iniziale in modo da formare il quadrato citato nel secondo quesito.

Quasi tutti “intuiscono” la soluzione per i diversi quesiti, ma pochi seguono una strada geometricamente corretta. Innanzi tutto occorre chiarire che il fatto di intuire che un triangolo rettangolo abbia come misure dei lati una terna pitagorica non esime dalla necessit  di fornire una dimostrazione di tale propriet . Inoltre vale la pena di sottolineare che se un triangolo rettangolo ha due lati la cui lunghezza   espressa da un numero intero, questo non implica che anche il terzo lato abbia lunghezza intera. Si nota poi che la costruzione con riga e compasso richiesta dal secondo quesito   quasi sempre stata affrontata con software di Geometria Dinamica che hanno al loro interno gi  implementate alcune delle costruzioni necessarie (come condurre le rette parallela e perpendicolare ad una data retta passanti per un dato punto). Infine vogliamo ribadire la necessit  di fornire una opportuna motivazione per la “ricomposizione” prevista dal terzo quesito.

Per concludere alcune raccomandazioni e richieste per il futuro:

- 1) **non verranno più accettate soluzioni che non riportino chiaramente il nome dei risolutori e la classe di provenienza;**
- 2) **non saranno prese in considerazione elaborati con la scrittura della soluzione all'interno del file contenente la figura, in quanto risulta poi impossibile utilizzare tale file per la pubblicazione in rete.**

È inoltre auspicabile un'attenta rilettura della soluzione prima del relativo invio per evitare di dover correggere testi scritti con una scarsa accuratezza che a volte ne impedisce la comprensione.

Sono pervenute risposte dalle seguenti scuole:

LS "Alfano da Termoli", Termoli (CB)

LS "Don Milani", Montichiari (BS)

LS Scienze Applicate "B. Russell", Cles (TN)

LS "E. Torricelli", Faenza (RA)

Liceo delle Scienze Umane presso LC "Mamiani", Pesaro (PU)

LC "Chris Cappell College", Anzio (RM)

LS "G. Aselli", Cremona (CR)

SM "P. Neruda", Roma (RM)

SM "G.B. Tiepolo", Milano (MI)

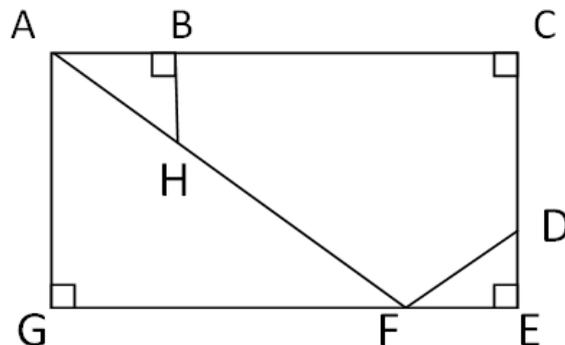
SM "Dimesse", Udine (UD)

NOTA. Nelle soluzioni riportate, le correzioni, le aggiunte o i commenti sono scritti fra parentesi quadre. Con doppia parentesi quadra vengono indicate le parti omesse.

Soluzioni

Lorenzo Colombo, Classe 3C

Liceo Scientifico "Alfano da Termoli", Termoli (CB)



1)

Chiamo i lati del dato rettangolo come indicato nella figura

DATI:

$$AH=5$$

$$BC=12$$

$$DE=3$$

$$AG=9$$

$$HF=10$$

INCOGNITE:

$$BH=? \quad AB=?$$

$$CD=?$$

$$EF=?$$

$$FD=?$$

$$GF=?$$

(Con il semplice nome del lato intendo comunque la misura della lunghezza del segmento)

RISOLVO:

$$GF = \sqrt{AF^2 - AG^2} = \sqrt{(10+5)^2 - 9^2} = \sqrt{144} = \underline{12} \quad [\text{sqrt} = \text{radice quadrata}]$$

per il teorema di Pitagora applicato al triangolo AFG

AFG è un triangolo simile ad ABH poiché entrambi rettangoli e con l'angolo GFA congruente all'angolo BAH (essendo angoli alterni interni con AC parallelo a EG e considerando AF la trasversale) per il 1° criterio di similitudine.

$$\Rightarrow AF:AH = GF:AB$$

$$\Rightarrow AB = AH \cdot GF / AF = 5 \cdot 12 / 15 = \underline{4}$$

$$BH = \sqrt{AH^2 - AB^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{9} = \underline{3}$$

per il teorema di Pitagora applicato al triangolo ABH

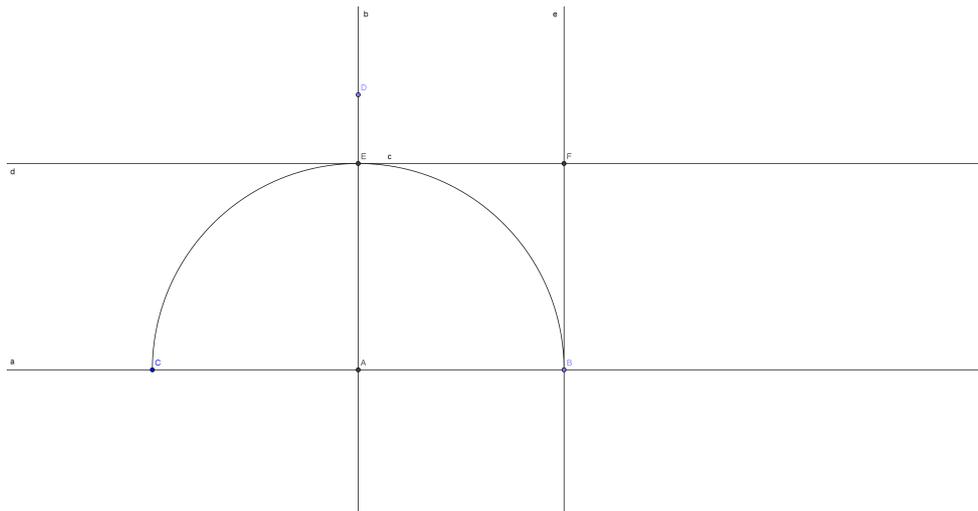
$$FE = GE - GF = AC - GF = (AB + BC) - GF = 4 + 12 - 12 = \underline{4} \quad \text{poiché GE è congruente a AC}$$

$$DF = \sqrt{FE^2 + DE^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = \underline{5}$$

per il teorema di Pitagora applicato al triangolo DEF

$$CD = CE - DE = AG - DE = 9 - 3 = \underline{6} \quad \text{poiché AG è congruente a CE}$$

2)



$A[\text{Area}]_{\text{quadrato}} = A[\text{Area}]_{\text{rettangolo}} = AC \cdot AG = 16 \cdot 9 = 144$

$L[\text{Lato}]_{\text{quadrato}} = \sqrt{A[\text{Area}]_{\text{quadrato}}} = \sqrt{144} = \underline{12}$

Individuo una retta "a" e i punti A e B in modo tale che $AB = 6$ [perché 6?] ed il punto C in modo tale che $AC = 6$ con A, B e C punti che appartengono ad "a".

Traccio con il compasso una semicirconfenza con centro in A e diametro BC.

Con apertura libera del compasso ma maggiore di AB, descrivo un breve arco, centrando nel punto C, che intersecherà con un altro arco di ugual raggio ma centro in B, ottenendo il punto D

Traccio la retta "b" passante per A e D che è una perpendicolare alla retta "a" per costruzione

Chiamo il punto di intersezione di tale retta con la semicirconfenza E

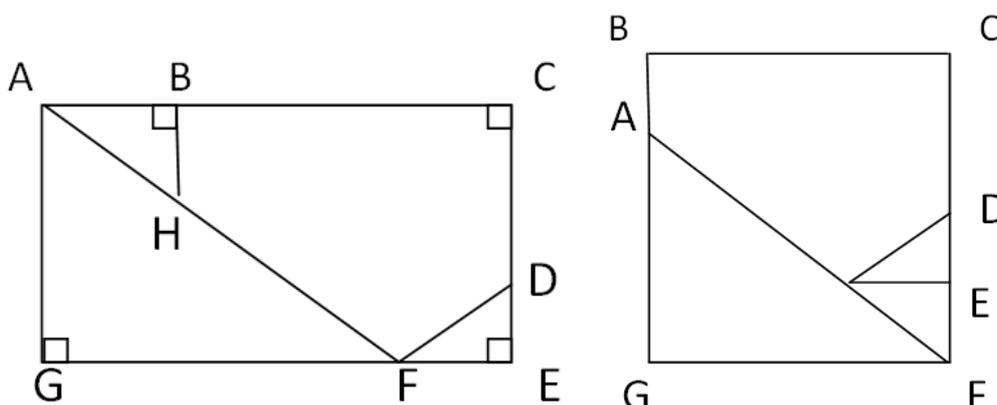
Traccio la parallela "c" ad "a" passante per E

Con procedimento analogo a quello usato per cercare la retta "b" cerco la retta "d" perpendicolare ad "a" in B

Chiamo il punto di intersezione tra "e" e "d" F

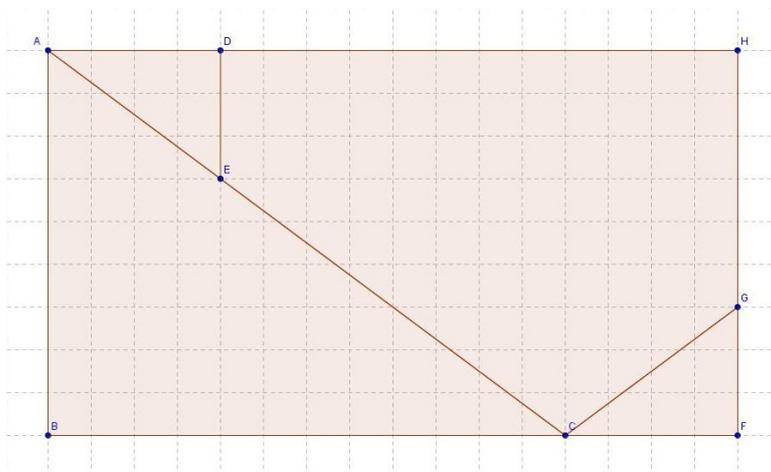
Il quadrilatero ABFE è il quadrato cercato! **[Il lato scelto misura 6!]**.

3)



È possibile ottenere tale quadrato poiché $GF = 12$, $CD + DE + EF = 12$, $BC = 12$, $AB + AG = 12$, e $\angle BCA$ [ABC], $\angle BCD$, $\angle BAG$ [AGF] sono angoli retti e quindi lo è anche $\angle GFE$ (Angolo giro - 3 angoli retti). **[Molto confuso e poco motivato]**

1)



$$\overline{AB} = 9; \overline{AC} = \overline{AE} + \overline{EC} \rightarrow \overline{AE} = 5 + 10 = 15$$

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{AB}^2} = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{225 - 81} = \sqrt{144} = 12 \text{ (per il teorema di Pitagora)}$$

$$\overline{FG} = 3 \rightarrow \overline{HG} = \overline{AB} - \overline{FG} = 9 - 3 = 6$$

(poichè i lati opposti di un rettangolo sono congruenti)

$$\overline{DH} = 12 \rightarrow \overline{AH} = 12 + x, \text{ ma anche } \overline{BC} = 12 \rightarrow \overline{BF} = 12 + x, \text{ quindi si può dedurre che } \overline{CF} = \overline{AD}.$$

L'angolo BCA è congruente all'angolo EAD poichè angoli alterni interni generati dalle rette contenenti i segmenti BC e AH tagliate dalla trasversale AC.

→ $BCA \approx EAD$, come corollario del primo criterio di similitudine

Pertanto i loro lati sono in proporzione con rapporto di similitudine $k = 1/3$

$$\rightarrow \overline{AD} = \overline{BC} \cdot 1/3 = 4 \text{ e } \overline{DE} = \overline{AE} \cdot 1/3 = 3$$

I cateti dei due triangoli ADE e CFG sono rispettivamente congruenti, pertanto lo sono anche i due triangoli. In conclusione:

- $\overline{AB} = 9;$
- $\overline{BC} = 12;$
- $\overline{CF} = 4;$
- $\overline{FG} = 3;$
- $\overline{GH} = 6;$
- $\overline{HD} = 12;$
- $\overline{DA} = 4;$
- $\overline{AE} = 5;$
- $\overline{EC} = 10;$
- $\overline{CG} = 5;$
- $\overline{DE} = 3.$

2)

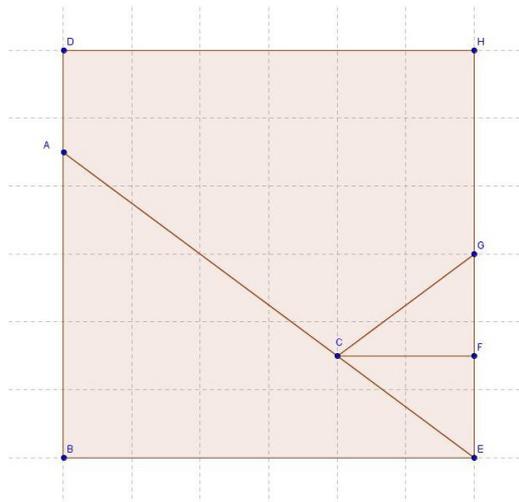
$$A_R = \overline{AB} \cdot \overline{BF} = 9 \cdot 16 = 144 \text{ [Area del rettangolo]}$$

$$L_Q = \sqrt{A_R} = \sqrt{144} = 12 \text{ [Lato del quadrato]}$$

Per la costruzione del quadrato di lato 12:

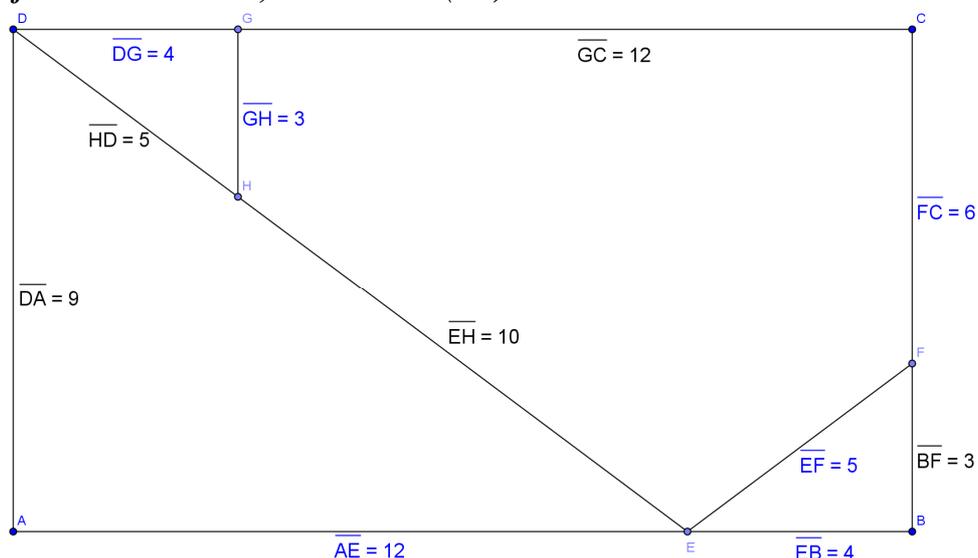
Si traccia una retta r su cui si troverà il segmento AB di misura 12. Si centra il compasso in B con apertura a piacere e si disegna una semicirconferenza che interseca la retta r in due punti che chiamiamo P e Q . Con il compasso puntato in P con apertura maggiore della precedente si traccia un arco di circonferenza, e si procede allo stesso modo con il compasso puntato in Q con la stessa apertura. L'intersezione tra i due archi di circonferenza è un punto che si trova sulla perpendicolare ad AB passante per B . Si punta il compasso in B con apertura AB e si traccia un arco. L'intersezione tra l'arco e la perpendicolare passante per AB è il punto C . Si punta poi il compasso in C e in A con la medesima apertura e si trova il punto D . Abbiamo ottenuto così il quadrato $ABCD$ di lato 12. [Perché non fare anche la figura?]

3)



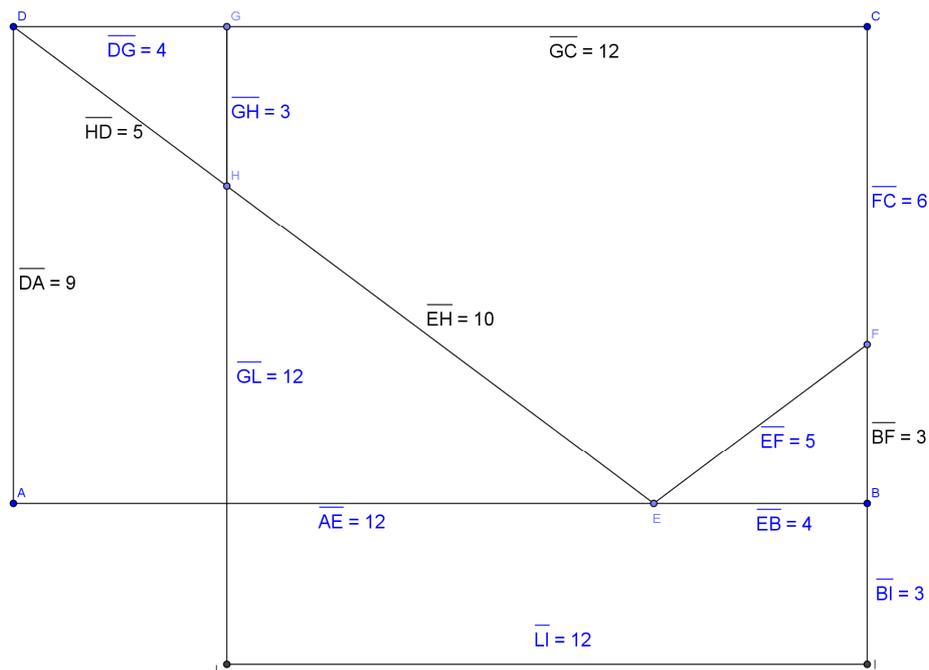
Il triangolo ABE corrisponde al [triangolo] rettangolo ABC nella costruzione del rettangolo al punto 1; il pentagono $DACGH$ corrisponde al pentagono $DECGH$ nella costruzione al punto 1, mentre i due triangoli GCF e FCE corrispondono ai due triangoli congruenti ADE e CFG .

Claudio Donadoni, Nicola Picenni, Classe 3B
Liceo Scientifico "Don Milani", Montichiari (BS)



1)

Per il Teorema di Pitagora, $\overline{AE}^2 = \overline{DE}^2 - \overline{DA}^2 = 225 - 81 = 144 \rightarrow \overline{AE} = 12$. Il triangolo DGH è simile al triangolo DAE per il 1° criterio poiché hanno: $\widehat{DAE} \cong \widehat{DGH} = 90^\circ$ e $\widehat{AED} \cong \widehat{HDG}$ perché angoli alterni interni formati da rette parallele DC e AB con la trasversale DE. Allora $\overline{DE} : \overline{DH} = \overline{AD} : \overline{GH} \rightarrow 15 : 5 = 9 : \overline{GH} \rightarrow \overline{GH} = 3$ e $\overline{DE} : \overline{DH} = \overline{AE} : \overline{DG} \rightarrow 15 : 5 = 12 : \overline{DG} \rightarrow \overline{DG} = 4$. $\overline{DC} = \overline{DG} + \overline{GC} = 4 + 12 = 16$. Essendo ABCD un rettangolo, $\overline{AB} = \overline{DC} = 16$ e $\overline{CB} = \overline{AD} = 9$. Quindi $\overline{EB} = \overline{AB} - \overline{AE} = 16 - 12 = 4$ e $\overline{FC} = \overline{CB} - \overline{BF} = 9 - 3 = 6$. I triangoli DGH e EBF sono congruenti per il 1° criterio poiché hanno: $\widehat{DGH} \cong \widehat{EBF} = 90^\circ$, $\overline{DG} = \overline{EB} = 4$ e $\overline{BF} = \overline{GH} = 3$. Quindi $\overline{EF} = \overline{HD} = 5$.



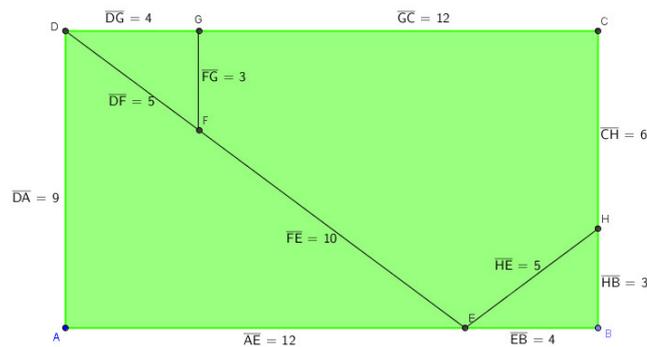
2)

$\text{Area}(ABCD) = \overline{AB} \cdot \overline{BC} = 16 \cdot 9 = 144$. Detto l il lato di un quadrato equivalente a ABCD, $l = \sqrt{\text{Area}(ABCD)} = \sqrt{144} = 12 \rightarrow l = \overline{GC}$. Prolungando il lato BC dalla parte di B di un segmento $\overline{BI} = 3$, si ottiene un segmento $\overline{CI} = 12$. Prolungando il lato GH dalla parte di H di un segmento $\overline{HL} = 9$ si ottiene un segmento $\overline{GL} = 12$. Unisco L con I. GCIL è un quadrato perché è un quadrilatero con tre lati di lunghezza uguale (GL, GC e CI) e due angoli retti (\widehat{LGC} e \widehat{GCI}). Inoltre, poiché $\text{Area}(GCIL) = 12^2 = 144 = \text{Area}(ABCD)$, GCIL è equivalente a ABCD.

faccio [costruisco] un altro [un'altra] di centro R e raggio RS. Poi traccio 2 rette perpendicolari a RS e passanti una per R e l'altra per S. Con la funzione -intersezione tra 2 punti- trovo le intersezioni tra le rette e le circonferenze. Successivamente traccio i segmenti RU e SW e UW. Infine nascondo le circonferenze e le rette di costruzione.

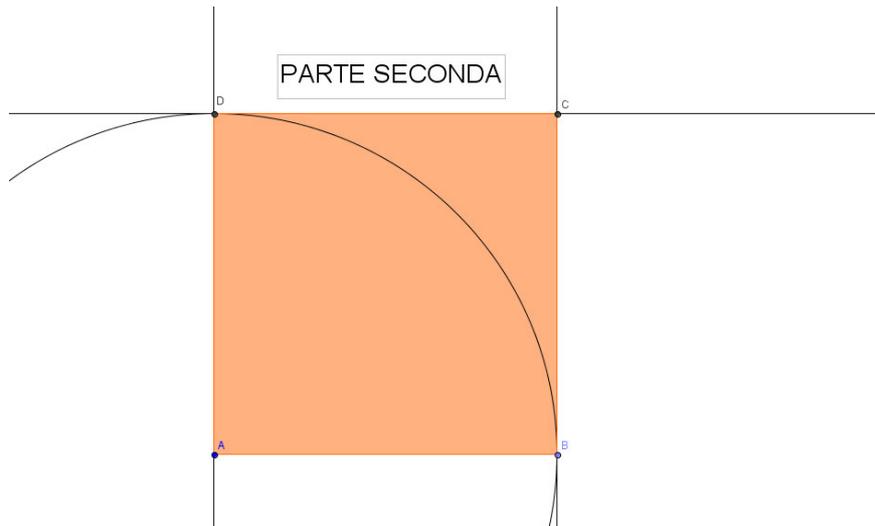
3)
[[...]]

*Caterina Ossanna, Classe 2D
Liceo Scientifico Scienze Applicate "B. Russell", Cles (TN)*



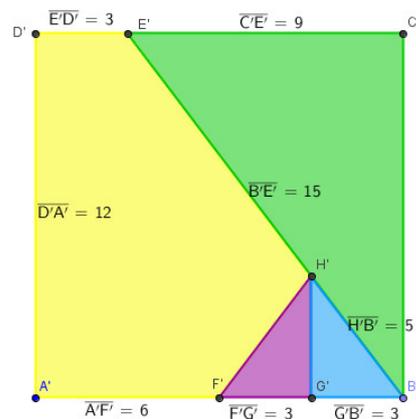
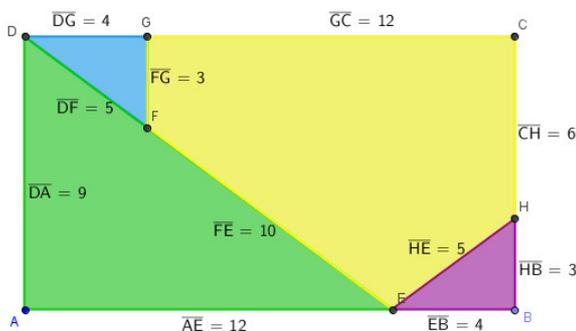
1)

- AD è congruente a BC (perché ABCD rettangolo), quindi $HC = 9 - 3 = 6$;
- $AE = 12$ per il teorema di Pitagora (applicato al triangolo AED)
- AED simile a DFG perché i due triangoli hanno:
 - angoli retti DAE e DGF
 - angoli ADE e DFG congruenti perché alterni interni (DA e GF perpendicolari alla stessa retta [e quindi...])
 - angoli AED e FDG congruenti per differenza ($180^\circ - 90^\circ - ADE = 180^\circ - 90^\circ - DFG$)
- Quindi $DF : DE = GF : DA$
 $5 : 15 = GF : 9$
 $GF = 3$
- Per il teorema di Pitagora (applicato al triangolo DFG), $DG = 4$;
- $DC = 16$ ($DC = 4 + 12$);
- $EB = DC - AE$ (perché ABCD è un rettangolo);
 $EB = 4$;
- Per il teorema di Pitagora (applicato al triangolo EBH), $HE = 5$.

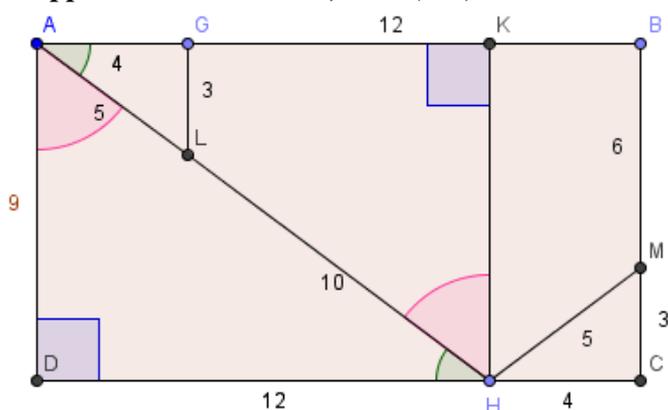


2)

- trovo l'area di ABCD:
 $\text{Area} = AB \cdot BC$
 $\text{Area} = 9 \cdot 16 = 144$
- trovo il lato del quadrato avente area 144:
 $l = \sqrt{\text{Area}}$
 $l = \sqrt{144} = 12$
- costruisco la figura (come se utilizzassi riga e compasso) su Geogebra in questo modo:
 - utilizzando la funzione “segmento di data lunghezza”, creo un segmento AB lungo 12 cm;
 - costruisco le due perpendicolari ad AB passanti per i punti A e B;
 - disegno una circonferenza di raggio AB con centro in A;
 - trovo il punto D (cioè l'intersezione fra la circonferenza e la perpendicolare al segmento AB passante per A);
 - traccio una retta parallela ad AB passante per il punto D;
 - trovo il punto C (cioè l'intersezione fra la parallela e la perpendicolare al segmento AB passante per B);
 - utilizzando i punti trovati, disegno il quadrato ABCD.



- è possibile ricomporre i quattro “pezzi” che formano il rettangolo iniziale in modo da ottenere il quadrato di cui al punto 2 nel modo illustrato qui sopra [le motivazioni ?].



1)

Se traccio la perpendicolare a DC da H noto che questa interseca AB in K.

Considero i triangoli ADH e AHK, questi hanno:

- AD e KH congruenti, perché entrambi i segmenti sono perpendicolari a DC [non basta] ;
- AH in comune;
- un angolo di 90° .

Quindi i due triangoli sono congruenti per il criterio generalizzato.

Poiché [i triangoli] ADH e AHK sono congruenti anche i loro angoli sono congruenti:

- HAK è congruente a DHA;
- AHK è congruente a DAH;
- ADH è retto come HKA.

I lati del triangolo ADH misurano:

- cateto $9 = 3 \cdot 3$
- cateto $12 = 3 \cdot 4$
- ipotenusa $15 = 3 \cdot 5$.

Il triangolo ALG comprende l'angolo HAK del triangolo HAK e, siccome il primo [ALG] è anch'esso [un] triangolo rettangolo, [esso] è simile al secondo [HAK].

L'ipotenusa [AL] del triangolo ALG misura 5 e [[appartenendo al triangolo]] [ALG è] simile a ADH. [[equivale a $15 / 3$]] [Dato che 5 si ottiene dividendo 15 per 3], se divido anche i due cateti [AD e DH] per 3 ottengo le [[loro]] misure [dei cateti LG e AG del triangolo ALG]

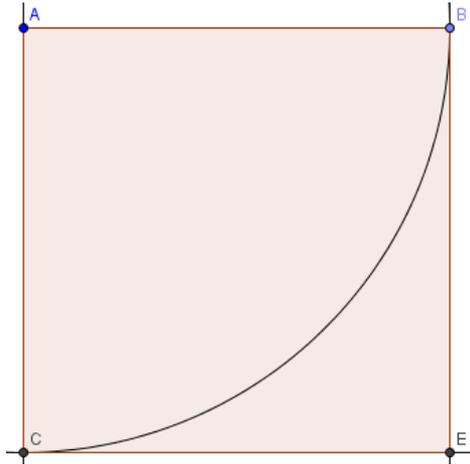
- cateto $9 / 3 = 3$
- cateto $12 / 3 = 4$

Dal momento che ABCD è un rettangolo, AB è congruente a CD:

$$AB - 12 = 4$$

$$AC - 12 = HC, \text{ quindi } HC = 4$$

Di conseguenza HM, per la terna pitagorica [il teorema di Pitagora] è [misura] 5.



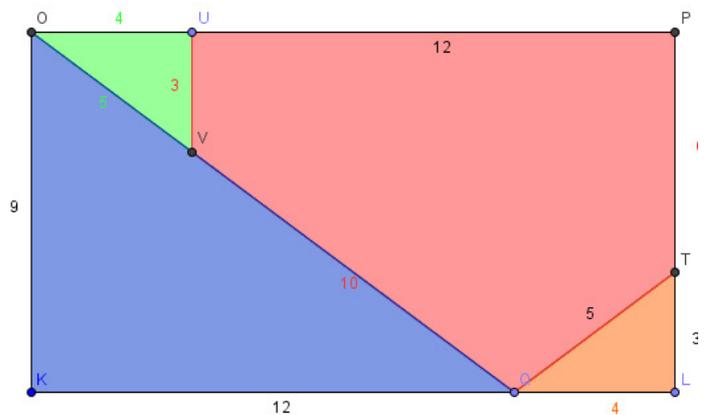
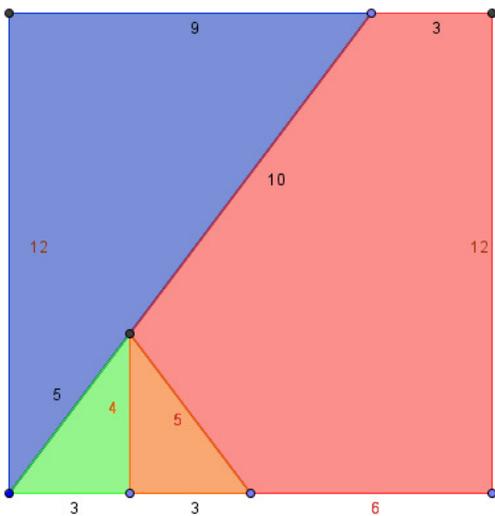
2)

Area ABCD = $9 \cdot 16 = 144$

Il quadrato equivalente al rettangolo ABCD dovrà avere un lato pari alla radice quadrata di 144 [=] [cioè] 12.

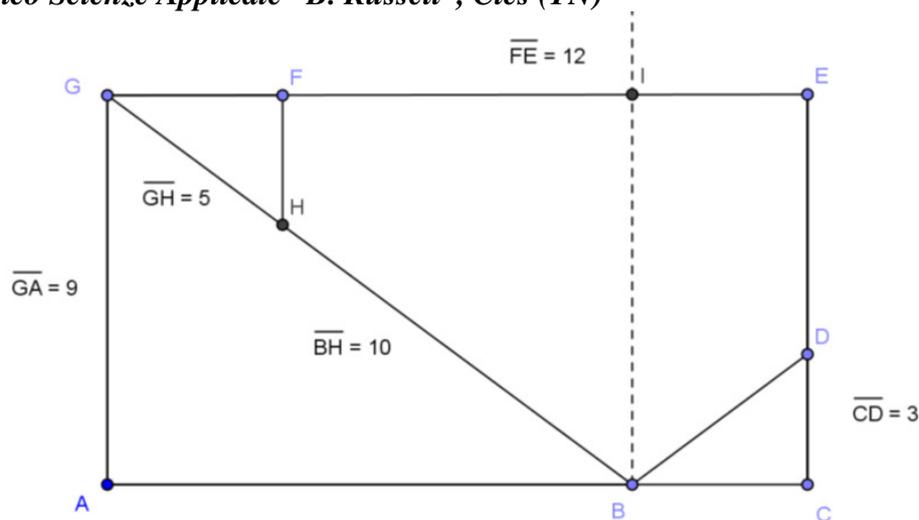
Per costruire il quadrato equivalente al rettangolo di partenza ho eseguito le seguenti operazioni:

- tracciare il segmento AB di data lunghezza (12);
- tracciare la perpendicolare ad AB passante per A ;
- disegnare la circonferenza con centro in A e raggio AB trovando così il punto C, come intersezione tra la perpendicolare e la circonferenza;
- tracciare la perpendicolare ad AC passante per C;
- tracciare la perpendicolare ad AB passante per B, trovando così il punto E, come intersezione tra le ultime due perpendicolari.



3)

I quattro “pezzi” che formano il rettangolo iniziale sono disposti in modo da ottenere il quadrato di lato 12, equivalente al rettangolo ABCD. [e le motivazioni?]



1)

La figura è un rettangolo quindi ha i lati congruenti due a due. Per questo, come GA, il lato EC è lungo 9. Per trovare il valore di ED basterà quindi sottrarre CD a 9.

$$DE = CE - CD = 9 - 3 = 6$$

Per calcolare il segmento AB [[invece]] prendo in considerazione il triangolo AGB.

Per il teorema di Pitagora:

$$AB = \sqrt{GB^2 - GA^2} = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{144} = 12$$

Per trovare il valore del segmento GF traccio la perpendicolare di [a] GE passante per B.

Considero i triangoli rettangoli GHF e GBI. Questi sono simili in quanto hanno tutti gli angoli congruenti:

$\angle F = \angle I = 90^\circ$; G in comune e $\angle B = \angle H$ per differenza di angoli congruenti $\rightarrow 180^\circ - \angle G - \angle F = 180^\circ - \angle G - \angle I$

Posso quindi fare la proporzione fra i lati sapendo che :

- la proiezione di GB su GE, ovvero GI, vale 12 (perché congruente ad AB);
- GB = 15;
- GH = 5;

trovando così la proiezione di quest'ultimo (GH), cioè GF:

$$GB : GI = GH : GF$$

$$15 : 12 = 5 : GF$$

$$GF = (12 \cdot 5) / 15 = 4$$

BC = GF = 4 perché differenza di segmenti congruenti

$$AC = GE \text{ e } AB = FE$$

quindi

$$AC - AB = GE - FE$$

$$BC = GF$$

DB e FH sono calcolabili sia con il teorema di Pitagora sia con le terne pitagoriche:

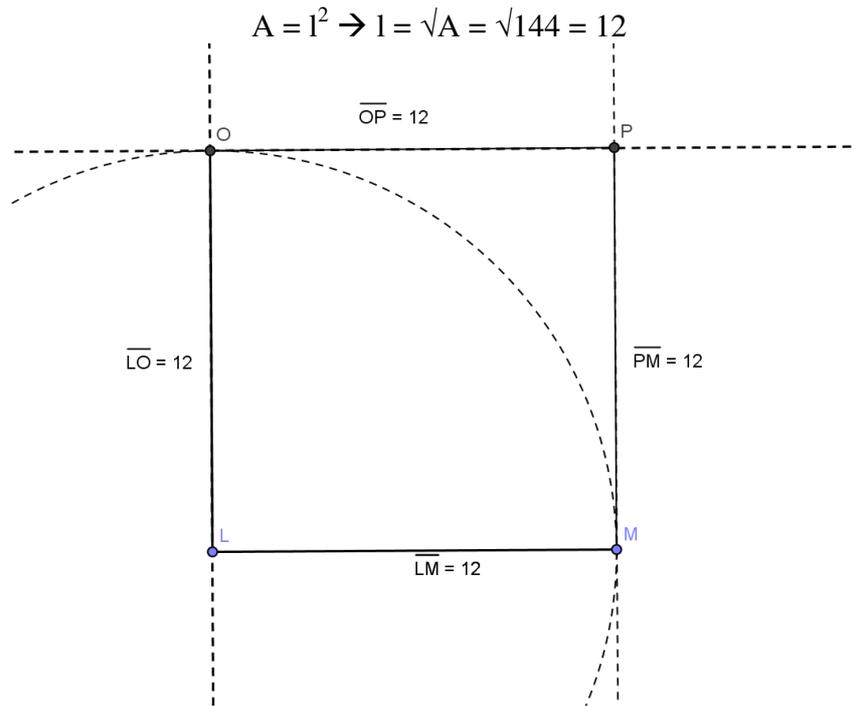
$$DB = 5$$

$$FH = 3$$

2)

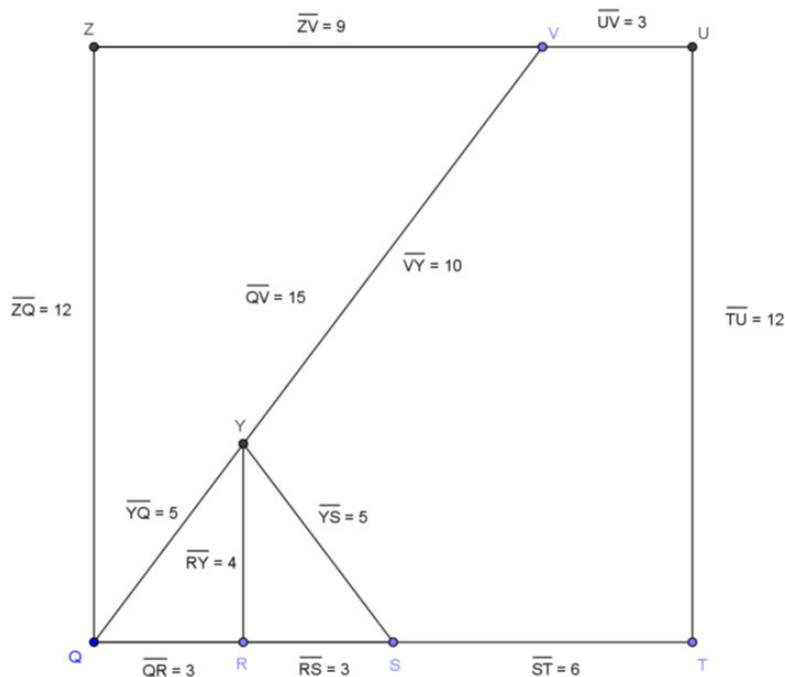
L'area del rettangolo è $A = b \cdot h = 9 \cdot 16 = 144$; quindi, essendo il quadrato equivalente [al rettangolo], lo è anche la sua [la sua area è uguale a quella del rettangolo].

Per trovare il lato del quadrato bisogna fare [applicare] la formula [relazione] inversa dell'area cioè [calcolare] la [[sua]] radice quadrata [dell'area].

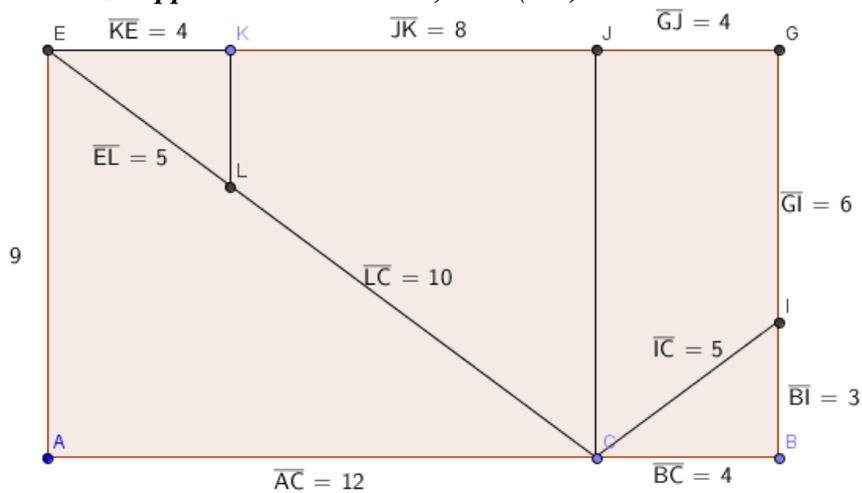


Per disegnare il quadrato con riga e compasso disegno un primo lato LM di lunghezza 12. Puntando poi il compasso in L con apertura LM, disegno una circonferenza. Traccio poi la perpendicolare ~~al~~ **a** segmento LM passante per L, che interseca la circonferenza in O. OL, essendo raggio della circonferenza come LM, sarà congruente a quest'ultimo e quindi è l'altro lato del quadrato. Per disegnare gli ultimi due lati, traccio la parallela a LM passante per O e l'altra perpendicolare ~~di~~ **a** LM passante per M. Queste due rette si intersecano in P. I segmenti che si sono formati, OP e MP, sono gli ultimi lati del quadrato.

3)



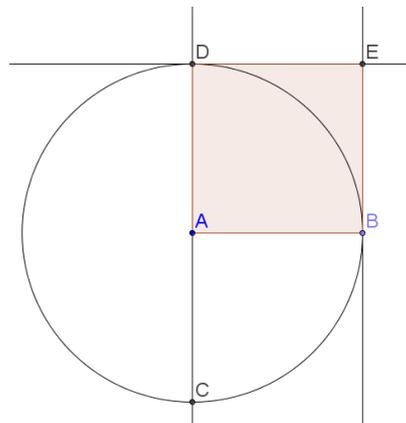
[e la spiegazione?]



1)

DIMOSTRAZIONE:

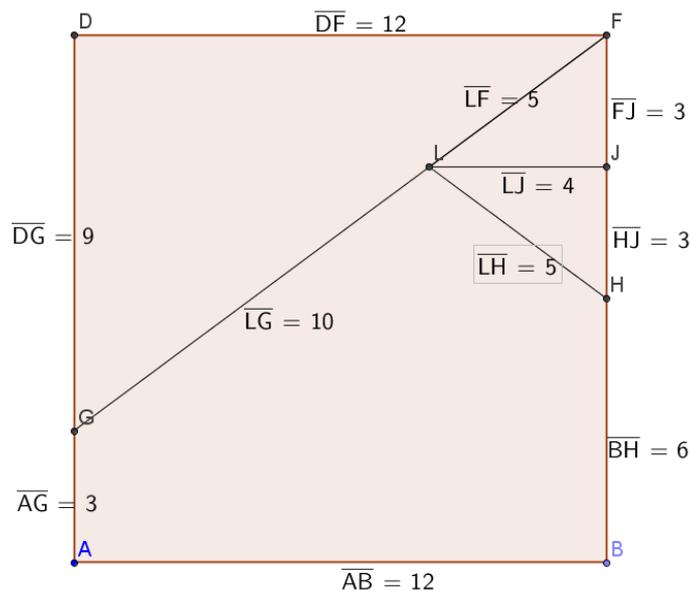
1. $AC = 12$ terna pitagorica [quale terna pitagorica? ...];
2. $JC = 9$ per costruzione [quale costruzione?];
3. Considero i triangoli T_{EKL} e T_{JEC} : - hanno un angolo in comune, hanno un angolo di 90° , **[[hanno un angolo supplementare]]**, quindi sono simili perciò legati [le lunghezze dei rispettivi lati sono legate] dalla seguente proporzione $x:12=5:15$. Da qui ricavo $EK = 4$
4. $AB = EG = 16$;
 $AB = 12 + 4$;
 $GE = 12 + X \rightarrow X = 4$ e quindi $CB = 4$;
5. $CB = JG$ perché sono parallele e tagliate da CJ e BG anche loro parallele.



2)

1. Disegno il segmento $AB = 12$;
2. Disegno la circonferenza di raggio 12 da centro A;
3. Traccio la perpendicolare **[[di]] [ad]** AB dal punto A;
4. Disegno il punto di intersezione tra la circonferenza e la perpendicolare;
5. Traccio la perpendicolare al segmento AD dal punto D;
6. Traccio la perpendicolare al segmento AB dal punto B;
7. Disegno il punto di intersezione tra le due perpendicolari;
8. Disegno il quadrato.

3)



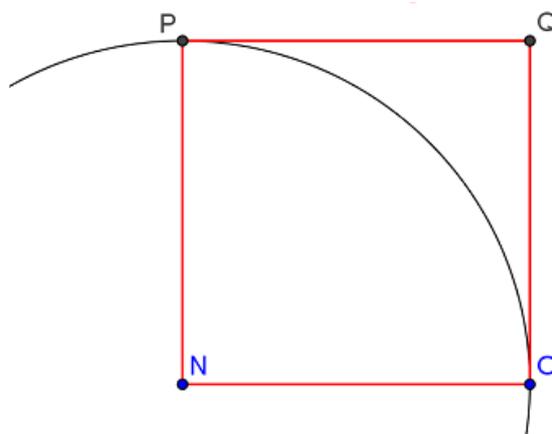
[manca qualsiasi spiegazione]

Karin Covi, Classe 2D
Liceo Scientifico Scienze Applicate "B. Russell", Cles (TN)

1)

[[...]]

[non si capisce a quale figura facciamo riferimento le lettere utilizzate!]



2)

Trovo l'area del rettangolo dato: $AB \cdot AD = 9 \cdot (12 + 4) = 9 \cdot 16 = 144$

Trovo la misura del lato del quadrato equivalente al rettangolo dato: $NO = \sqrt{144} = 12$

Costruisco poi il quadrato:

costruisco il segmento $NO = 12$

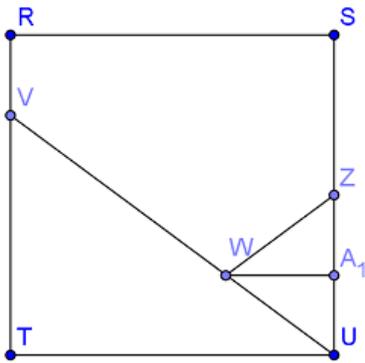
costruisco una circonferenza con centro in N e raggio = NO

costruisco le perpendicolari di [a] NO passanti per N e O

la perpendicolare in N incontra la circonferenza nel punto P

la retta passante per P \perp [perpendicolare] alla retta passante per O incontra quest'ultima in Q

NOQP quadrato di lato $[[=]]12$

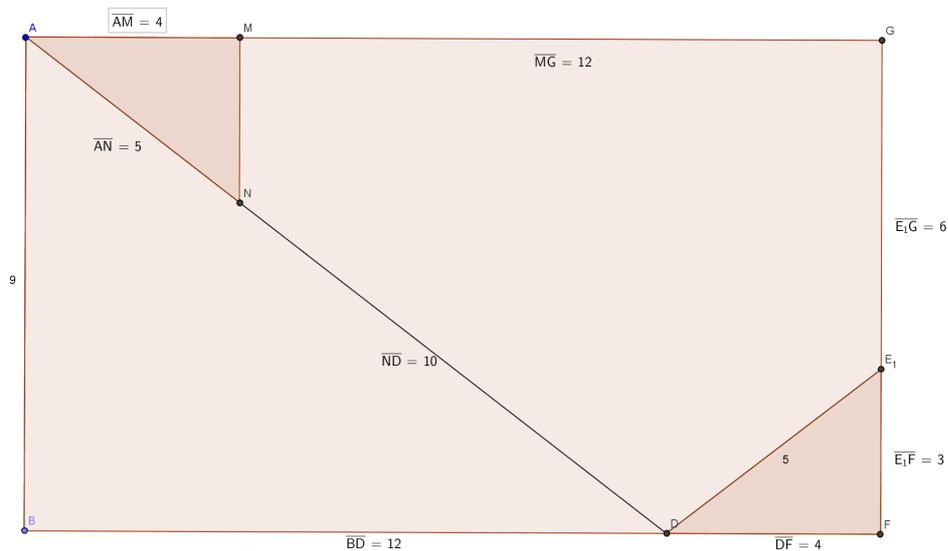


3)

[manca qualsiasi spiegazione]

Stefano Baratelli, **Classe ?**

Liceo Scientifico Scienze Applicate "B. Russell", Cles (TN)



1)

Il segmento BD è lungo dodici [e si calcola col teorema di Pitagora] in concordanza con la terna pitagorica: $AB=3*3$, $AD=3*5$ [e] quindi $BD = 3*4$.

I triangoli ABD e MAN hanno in comune: l'angolo di 90° ; gli angoli BDA e MAN in quanto alterni interni [delle rette parallele ...]. Quindi ABD e MAN sono simili. Quindi [Pertanto] i loro lati sono proporzionali: conoscendo l'ipotenusa di ABD e di MAN si può capire che i lati sono in proporzione $1/3$, cioè i lati di ABD sono il triplo di quelli [corrispondenti] di MAN, quindi $AM = BD/3 = 4\text{cm}$, $MN = AB/3 = 3\text{cm}$.

In quanto si tratta di un rettangolo, se togliamo parti uguali da segmenti opposti si otterranno segmenti uguali, cioè $AM = DF$, $DF = 4\text{ cm}$ quindi, sempre per la terna pitagorica, DE' [DE_1] = 5 cm .

2)

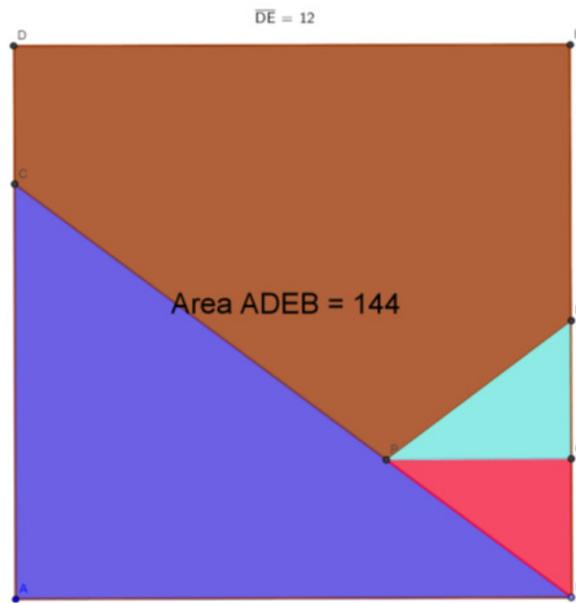
Per essere equivalente, il quadrato deve avere la stessa area del rettangolo.

$AREA(ABFG)$, pagina precedente, = $[(16*9)/2]$ $16*9 = 144$.

Quindi l'area del quadrato è $Lato^2 = 144$, quindi [pertanto] il lato è di 12 cm .

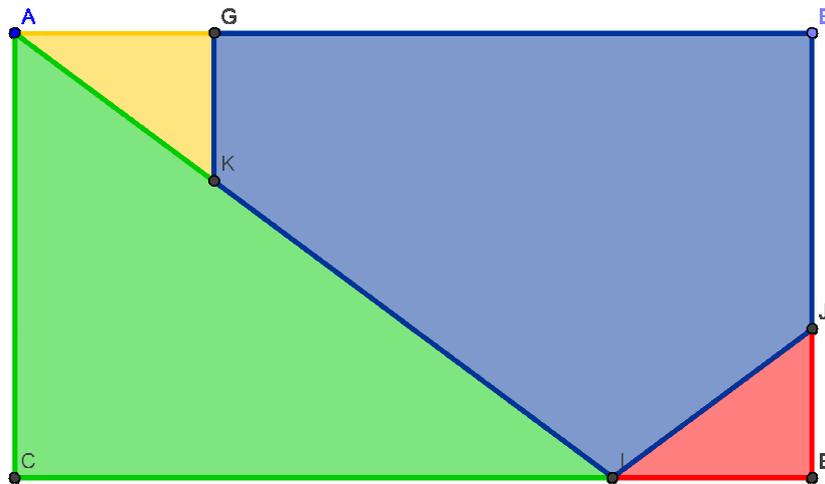
[Manca la spiegazione della costruzione con riga e compasso]

3)



[manca qualsiasi spiegazione]

*Gianluca Bergamo, Federica Pedri, **Classe ?**
Liceo Scientifico Scienze Applicate "B. Russell", Cles (TN)*



1)

I triangoli AGK e JIE sono simili al triangolo grande ACI perché:

-l'angolo CIA è congruente all'angolo KAG perché sono alterni interni [di chi? ...];

-l'angolo ACI è congruente all'angolo AGK perché entrambi retti;

-l'angolo CAI è congruente all'angolo AKG per differenza;

Il triangolo AGK è quindi simile al triangolo ACI.

$AC = 3x$ per ipotesi [?];

$AI = 5x$ per ipotesi [?];

[non si capisce il senso di queste affermazioni!]

$CI = 4x$ per terna pitagorica [quale?];

quindi $AK = 5$ per ipotesi [quale ipotesi?];

$KG = 3$ perché essendo simili i due triangoli [AGK e JIE] i lati sono in proporzione, e quindi per terna pitagorica [quale? ...];

$AG = 4$ per la stessa motivazione scritta sopra.

Detto ciò per differenza IE misura:

$$AB = AG + GC + GB = 4 + 12 = 16;$$

$$CE = AB = CI + IE = 12 + y = 16, \text{ dove } y = 4.$$

Il triangoli AGK e JIE sono congruenti perché:

-IEJ è congruente all'angolo KAG perché angoli retti;

-IE è congruente a AG per dimostrazione precedente [quale?];

-JE è congruente a KG sempre per dimostrazione precedente [quale?];

Per il primo criterio di congruenza, i due triangoli sono congruenti.

Essendo un rettangolo, GJBJ misura $9 - 3 = 6$, le misure dei lati del rettangolo sono 16 per la base e 9 per l'altezza.

2)

La misura del lato del quadrato equivalente al rettangolo è:

$$A_{\text{rettangolo}} = A_{\text{quadrato}}$$

$$A_{\text{rettangolo}} = b \cdot h = CE \cdot AC = 16 \cdot 9 = 144$$

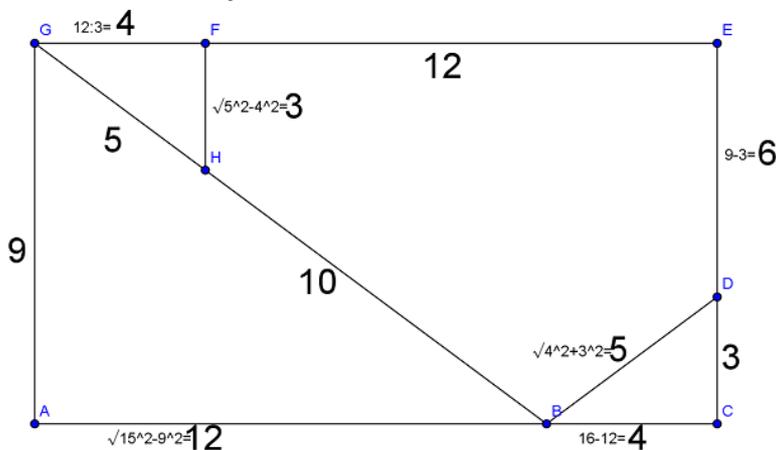
$$A_{\text{quadrato}} = l \cdot l, \text{ [quindi] per trovare } l \text{ applico la formula inversa } \sqrt{A} = \sqrt{144} = 12.$$

[manca la costruzione con riga e compasso]

3)

[...]

Mattia Bertaccini, Beniamino Rocchi, Michele Ronchini, Classe 3D
Liceo "E. Torricelli" Sezione Scientifica, Faenza (RA)



1)

L'angolo $\angle ABG \cong \angle HGF$ perché angoli alterni interni formati dalle

parallele GE e AC tagliate dalla trasversale BG. L'angolo $\angle BAG \cong \angle GFH$

perché angoli retti, quindi il triangolo ABG è simile al triangolo HGF e i loro lati sono in proporzione 3:1. [E il triangolo DCB? E le altre misure?]

2)

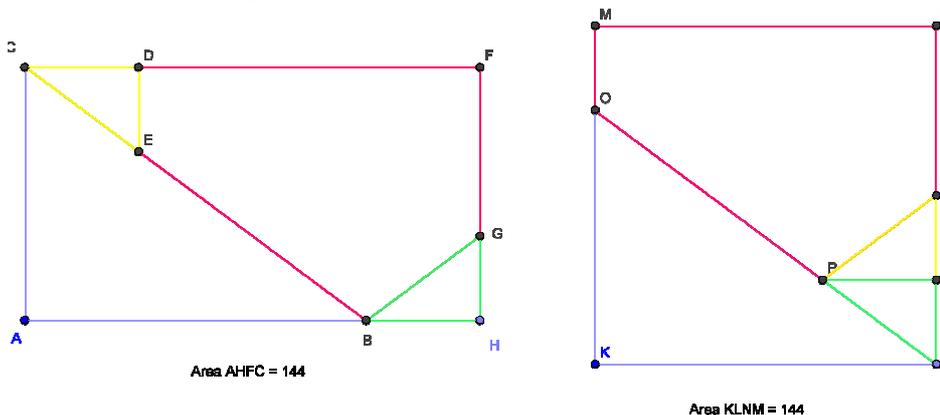
Il lato del quadrato è uguale a 12 perché $16 \cdot 9 = 144$ e $\sqrt{144} = 12$ [spiegare meglio]
[[...]]

3)

[[...]]

Alessia Santoni, Classe 2A

Liceo Delle Scienze Umane presso Liceo Classico Mamiani, Pesaro (PU)



1)

$$AB = \sqrt{(CB^2 - AC^2)} = \sqrt{(15^2 - 9^2)} = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$$

$$CA = FH$$

$$FG = FH - GH = 9 - 3 = 6 \text{ cm}$$

$$\angle A = \angle D = 90^\circ (\text{ANGOLI})$$

$\angle ECD = \angle CBA$ per il teorema delle rette parallele [tagliate da una trasversale], quindi i triangoli ACB e CDE sono simili perciò:

$$CB:CE = CA:DE$$

$$DE = x$$

$$15:5 = 9:x$$

$$45:15 = x$$

$$[[-x = -3 \text{ (mettendo anche il "-" al denominatore)]]$$

$$x = 3$$

$$CD = \sqrt{(5^2 - 3^2)} = \sqrt{16} = 4 \text{ cm (terna pitagorica)}$$

$$AH = CF$$

$$BH = AH - AB = 16 - 12 = 4 \text{ cm}$$

$$BG = \sqrt{(4^2 + 3^2)} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

$$CDE = BHG \text{ [perché ...]}$$

2)

$$A_1 = [\text{Area}]_{\text{rettangolo}} \quad A_2 = [\text{Area}]_{\text{quadrato}} \quad A_1 = A_2 \quad A_1 = 9 \times 16 = 144 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = 144 \text{ cm}^2 \quad \text{lato del quadrato} = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$$

Per costruire il rettangolo uso Geo-Gebra [GeoGebra]

1. Disegno il segmento del lato [corrispondente al lato di misura 12]
2. Mando ,per gli estremi del lato, le perpendicolari al lato
3. Traccio la circonferenza con centro in un estremo e trovo l'intersezione con una perpendicolare che è il terzo vertice del quadrato

4. Per questo punto mando la parallela al lato iniziale che interseca la seconda perpendicolare e si forma il quarto vertice.
5. Con “poligono” unisco i vertici.

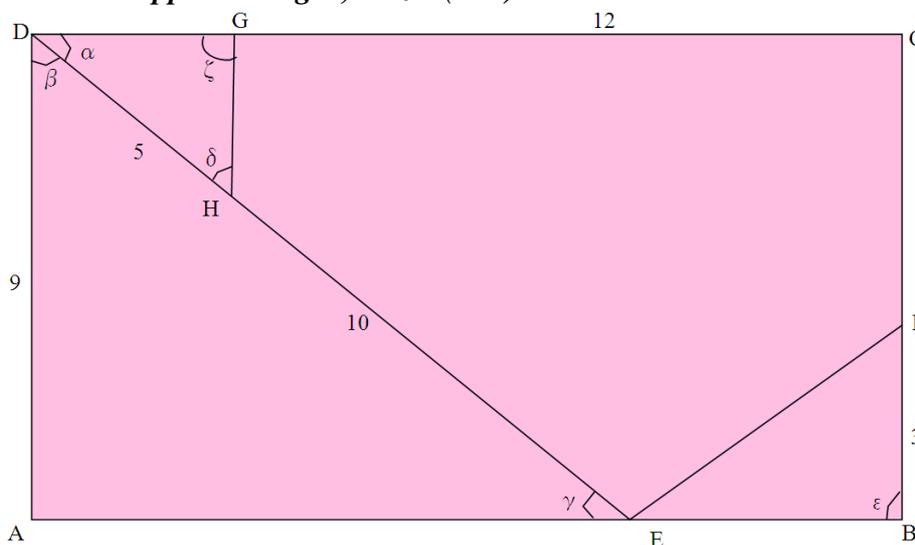
[Perché non inserire una figura?]

3)

Il triangolo CAB resta fisso, del pentagono DEBGF il lato EB trasla verso l'alto in modo che E arrivi a coincidere con C prolungando il lato CA formando un lato unico di misura 12. Lo spazio bianco che ci rimane per completare il quadrato va completato con i 2 triangoli mancanti e i lati [risultanti] misurano tutti 12 unità. Ho provato a tagliare i tre triangoli e il pentagono e a posizionarli come descritto, si incastrano perfettamente.

Silvana Godente, Classe 2E

Liceo Classico “Chris Cappell College”, Anzio (RM)



1)

Per trovare AE bisogna usare il teorema di Pitagora per cui la somma dei quadrati costruiti sui cateti di un triangolo rettangolo è uguale al quadrato costruito sull'ipotenusa.

$$\sqrt{(10+5)^2 - 9^2} = \sqrt{144} = 12$$

Quindi $AE = 12$

FC è la differenza tra DA e FB, quindi:

$$FC = 9 - 3 = 6$$

Per trovare le altre misure, serve il primo criterio di similitudine fra triangoli; infatti i triangoli ADE e DGH sono simili, poiché hanno entrambi un angolo retto. Inoltre, per il teorema delle rette parallele [tagliate da una trasversale] notiamo che i segmenti AE e DG (paralleli fra loro) sono attraversati dal segmento DE, che diventa la retta trasversale. Perciò α è congruente a γ e β è congruente a δ , poiché sono tutti angoli alterni interni. Quindi ADE è simile a DGH, così si possono stabilire le misure dei lati mancanti.

DE è precisamente tre volte DH ($15:3 = 5$)

$$GH = 9:3 = 3$$

$$DG = 12:3 = 4$$

Il triangolo DHG è congruente al triangolo EFB poiché: il lato FB è congruente al lato GH perché la misura nel disegno corrisponde [è data dal problema], l'angolo ζ è congruente all'angolo ϵ perché sono entrambi angoli retti, infine, visto che AE è congruente a GC, anche DG è congruente a EB.

Quindi: $EB = 4$ e $FE = 5$.

2)

Per trovare la misura del lato di un quadrato equivalente [al rettangolo] bisogna prima trovare l'area di questo rettangolo, con l'operazione:

$$A[\text{Area}] = 9 \cdot (12 + 4) = 9 \cdot 16 = 144$$

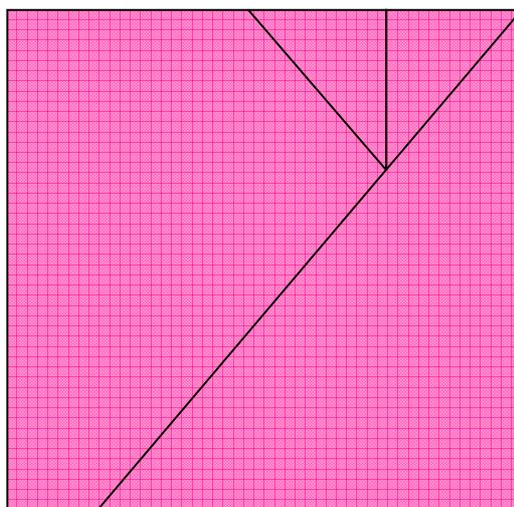
Così, facendo [calcolando] la radice quadrata possiamo risalire al valore del lato di un [del] quadrato:

$$l = \sqrt{144} = 12$$

Per costruire il quadrato con riga e compasso bisogna seguire questi procedimenti:

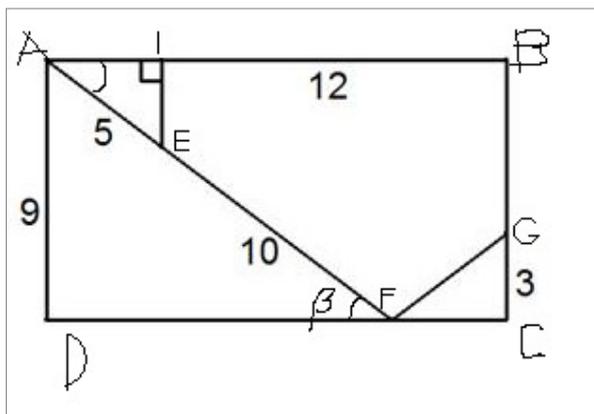
- Dato un segmento AB tracciare una circonferenza c con centro A passante per B.
 - Prolungare il segmento AB con una retta b e segnare il punto di intersezione tra c e b chiamandolo C.
 - Tracciare una circonferenza d con centro C passante per B.
 - Tracciare una circonferenza e con centro B passante per C.
 - Segnare i punti D ed E di intersezione fra d ed e .
 - Tracciare una retta f passante per D ed E, che sarà perpendicolare alla retta b .
 - Segnare il punto F di intersezione fra la circonferenza c e la retta f .
 - Tracciare una circonferenza g con centro F passante per A.
 - Tracciare una circonferenza h con centro B passante per A.
 - Segnare il punto G di intersezione fra g e h .
 - Unire i punti A, B, G, F, così da ottenere il quadrato.
- [perché non fare anche la figura?]

3)



[manca qualsiasi motivazione]

*Chiara Coriddi, Sara Iannantuono, Classe 2E
Liceo Classico "Chris Cappell College", Anzio (RM)*



1)

Poiché AF è la somma di AE e di EF, la misura è congruente [uguale] a $5 + 10 = 15$.

Dato che il triangolo ADF è un triangolo rettangolo, possiamo trovare la misura del cateto DF utilizzando il teorema di Pitagora:

$$DF = \sqrt{AF^2 - DA^2} = \sqrt{225 - 81} = \sqrt{144} = 12$$

Essendo AD congruente a BC, possiamo trovare BG che è congruente [uguale] a $BC - CG = 9 - 3 = 6$.

Il triangolo ADF è simile al triangolo AIE perché:

- hanno rispettivamente gli angoli AIE e ADF congruenti essendo due triangoli rettangoli;
- l'angolo IAE è congruente all'angolo DFA perché alterni interni delle rette parallele passanti per DC e AB tagliate dalla trasversale AF.

Quindi i due triangoli sono simili per il primo criterio di similitudine.

Dato che il rapporto tra le due ipotenuse è 1:3 perché misurano rispettivamente 5 e 15, possiamo trovare gli altri lati di AIE: il cateto minore misura 3 e quello maggiore 4.

FC è uguale alla differenza tra DC e DF, quindi a 4.

I triangoli AEI e FCG sono congruenti per il primo criterio:

- hanno l'angolo retto congruente e i due cateti congruenti.

Quindi l'ipotenusa FG è uguale a 5.

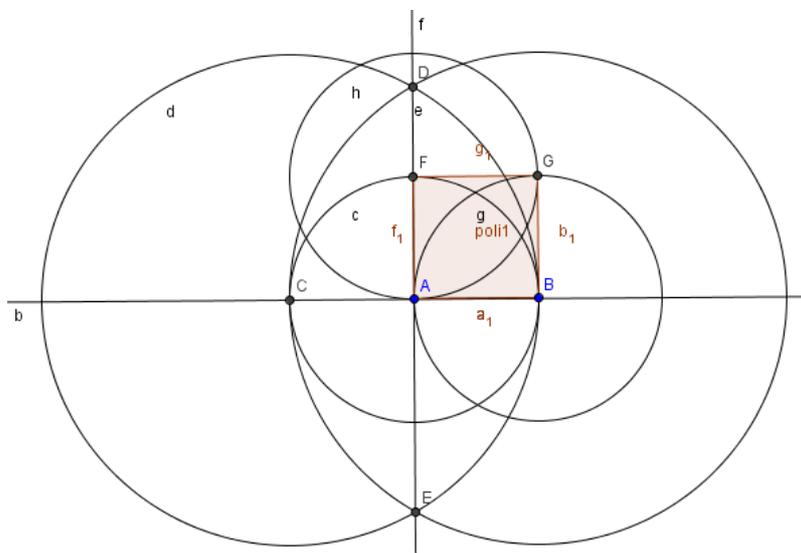
2)

Troviamo l'area del rettangolo ABCD, moltiplicando base per altezza:

$$A[\text{Area}] = DC \times BC = 16 \times 9 = 144$$

Quindi troviamo il lato del quadrato equivalente calcolando la radice quadrata dell'area:

$$\text{Lato} = \sqrt{144} = 12.$$



[manca qualsiasi spiegazione]

3)

[La figura fatta a mano e “fotografata” non riporta alcuna spiegazione]

Valentina Coppeta, Classe 2E

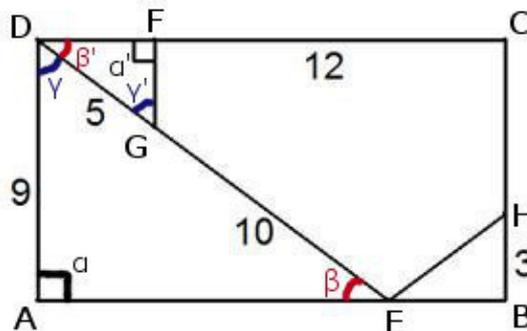
Liceo Classico “Chris Cappell College”, Anzio (RM)

1)

Per trovare la misura del cateto del triangolo DAE bisogna applicare [[la formula inversa del]] il teorema di Pitagora: $CATETO_1 = \sqrt{IPOTENUSA^2 - CATETO_2^2}$

$$AE = \sqrt{(DE^2 - DA^2)} = \sqrt{(15^2 - 9^2)} = \sqrt{(225 - 81)} = \sqrt{144} = 12$$

Osservando il triangolo DAE e il triangolo DFG possiamo notare che si può applicare il primo criterio di similitudine che dice: "Due triangoli sono simili se hanno due angoli ordinatamente congruenti", infatti $\gamma \equiv \gamma'$ in quanto angoli alterni interni tra due rette parallele [**DC e AB**] [**DA e FG**] tagliate dalla trasversale DE] e $\alpha \equiv \alpha'$ in quanto angoli retti, e quindi[[, per il V postulato di Euclide,]] anche $\beta \equiv \beta'$.



Se sovrapponiamo [perché sovrapporli?] il [i] due triangoli in modo che abbiano un vertice in comune e i lati a coppie paralleli possiamo dire che:

$$DA : FG = AE : DF = DE : DG$$

[Sapendo che] I triangoli avendo [hanno] angoli congruenti e lati in diretta proporzionalità, si può dedurre che: $DAE \equiv DFG$ [e quindi ?]

Sapendo che il lato DA misura 9, il segmento HB 3, il segmento CH misurerà 6; e sapendo che il lato DC misura 16 e il segmento AE 12, il segmento EB misurerà 4.

Per trovare il segmento EH (ipotenusa del triangolo EBH) bisogna applicare il teorema di Pitagora: $IPOTENUSA = \sqrt{(CATETO_1^2 + CATETO_2^2)}$

$$EH = \sqrt{EB^2 + BH^2} = \sqrt{25} = 5$$

Il segmento AE misura 12, EB misura 4, BH misura 3, EH misura 5, HC misura 6, **CH** **CF** misura 12, GF misura 3, DG misura 5, DF misura 4, GE misura 10, DA misura 9, DE misura 15

2)

Poiché l'area del rettangolo è equivalente [uguale] all'area del quadrato basta trovare l'area del rettangolo per trovare il lato del quadrato.

$$A_r = b \cdot h = 16 \cdot 9 = 144$$

$$A_r \equiv [=] A_q$$

$$L_q = \sqrt{A_q} = \sqrt{144} = 12$$

[e la costruzione del quadrato?]

3)

[La figura fatta a mano e “fotografata” non riporta alcuna spiegazione]

1)

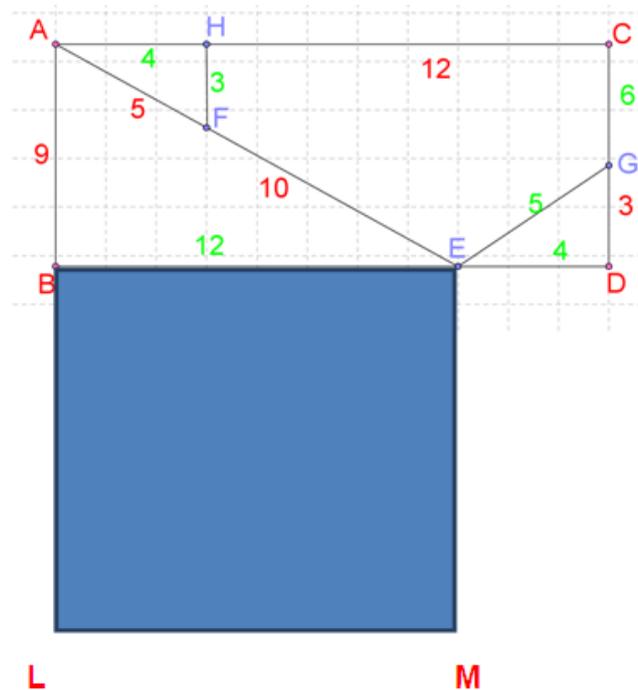
Rifacendoci al teorema di Pitagora, ricaviamo che il Cateto BE del triangolo ABE è uguale alla radice quadrata dell'ipotenusa AE al quadrato, meno il Cateto AB al quadrato.

Il cateto ED lo ricaviamo confrontando i due triangoli EDG e AFH, notiamo che essi sono congruenti, in quanto l'ipotenusa ed un cateto con l'angolo compreso hanno le stesse misure [perché? Da dove arrivano le altre misure riportate in figura?], per cui applichiamo anche qui il teorema di Pitagora calcolando la radice quadrata dell'ipotenusa AF al quadrato meno il quadrato del Cateto DG.

Il lato BD del rettangolo, lo ricaviamo dalla somma del cateto BE e il cateto ED.

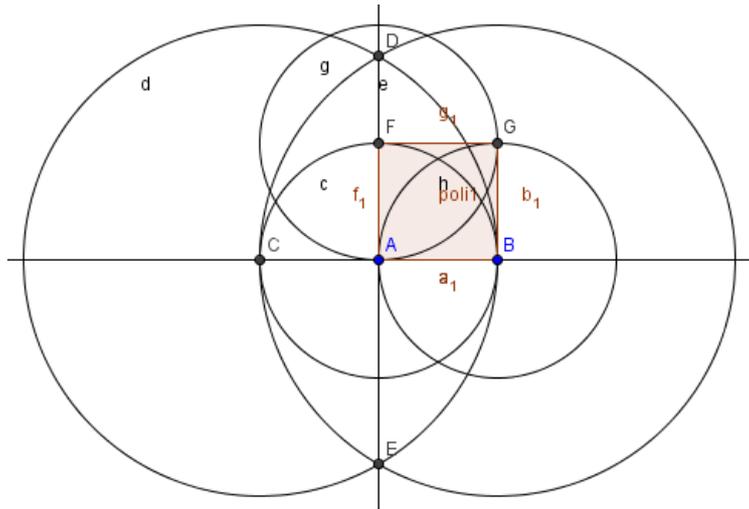
Il lato GC del pentagono si ricava dalla differenza tra il lato del rettangolo AB e il cateto GD.

essendo i due triangoli AFH e EGD congruenti il lato del pentagono EG, risulta essere l'ipotenusa del triangolo rettangolo AFH, mentre il lato del pentagono FH è uguale al lato GD del triangolo EGD.



2)

Per trovare la misura del lato del quadrato BELM [BEML] equivalente al rettangolo [[ABCD]] [ABDC], calcoliamo l'area del rettangolo, che è uguale alla misura del (Cateto BE + cateto ED)•lato BA, quindi essendo il quadrato BELM [BEML] equivalente al rettangolo [[ABCD]] [ABDC] possiamo ricavarci il lato del quadrato, che è uguale alla radice quadrata dell'Area del rettangolo.

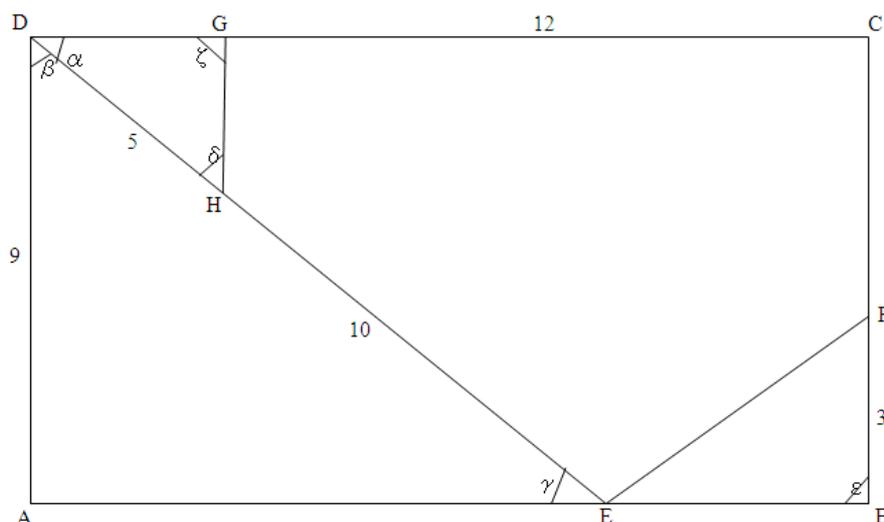


[la costruzione è priva di qualsiasi spiegazione]

3)

[La figura fatta a mano e “fotografata” non riporta alcuna spiegazione].

Martina Succi, Classe 2E
 Liceo Classico "Chris Cappell College", Anzio (RM)



1)

FC è la differenza tra DA e FB, quindi:

$$FC = 9 - 3 = 6$$

Per trovare il lato del rettangolo AE [il cateto del triangolo rettangolo DAE] bisogna utilizzare il teorema di Pitagora che dice che la somma dei quadrati costruiti sui cateti di un triangolo rettangolo è uguale al quadrato costruito sull'ipotenusa.

$$\sqrt{(10+5)^2 - 9^2} = \sqrt{144} = 12$$

Quindi $AE = 12$

Le misure mancanti si trovano utilizzando il primo criterio di similitudine fra triangoli; i triangoli ADE e DGH sono simili perché: hanno un angolo retto, seguendo il [in base al] teorema delle rette parallele [tagliate da una trasversale] i lati AE e DG sono attraversati dal segmento DE, che diventa la retta trasversale di due rette parallele. Perciò l'angolo α è congruente all'angolo γ e l'angolo β è congruente all'angolo δ , poiché sono tutti angoli alterni interni. Perciò ADE è un triangolo simile a DGH.

DE è il triplo di DH ($15:3 = 5$), quindi per trovare gli altri lati del triangolo basta fare una divisione.

$$GH = 9:3 = 3$$

$$DG = 12:3 = 4$$

Il triangolo DHG è congruente al triangolo EFB poiché: l'angolo ζ è congruente all'angolo ϵ perché sono angoli retti, il lato FB è congruente al lato GH perché tutti e due valgono [misurano] 3, poi dato che AE è congruente a GC, anche DG è congruente a EB. Quindi le misure dei [lati corrispondenti dei] due triangoli corrispondono [sono uguali]: $EB = 4$ e $FE = 5$.

2)

Per trovare quanto vale [la misura del lato del quadrato] [[un lato]] bisogna prima trovare l'area del rettangolo:

$$A[\text{Area}] = 9 \times (12 + 4) = 9 \times 16 = 144$$

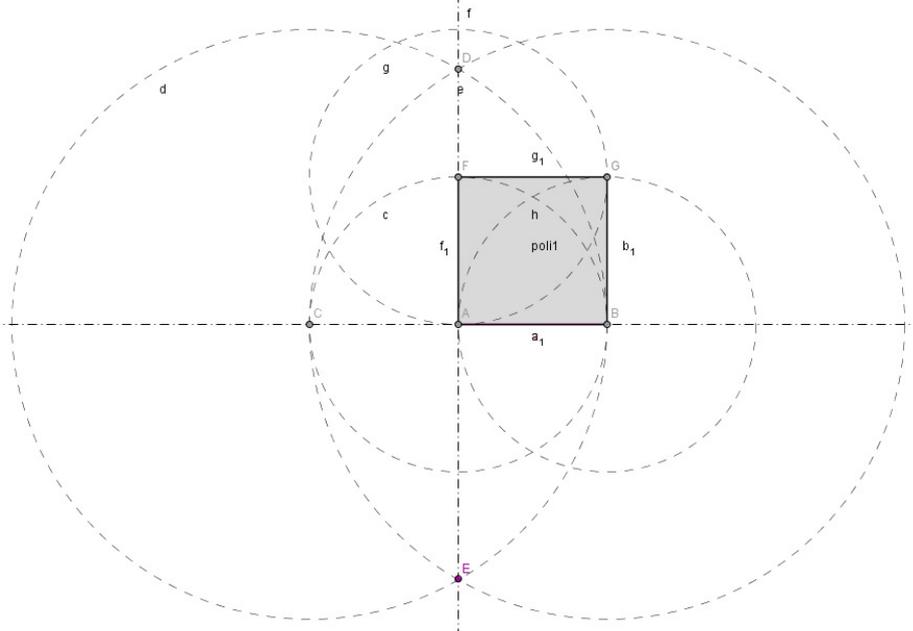
Poi, con la radice quadrata si risale al valore del lato:

$$l = \sqrt{144} = 12$$

I procedimenti per costruire il quadrato sono questi [i seguenti]:

- Tracciato un segmento AB tracciare una circonferenza c partendo da A e passando per B.
- Prolungare il segmento AB con una retta b e segnare il punto di intersezione tra c e b chiamandolo C.
- Tracciare una circonferenza d partendo da C passando per B.
- Tracciare una circonferenza e partendo da B passando per C.
- Segnare i punti D ed E dall' intersezione fra le circonferenze d ed e .

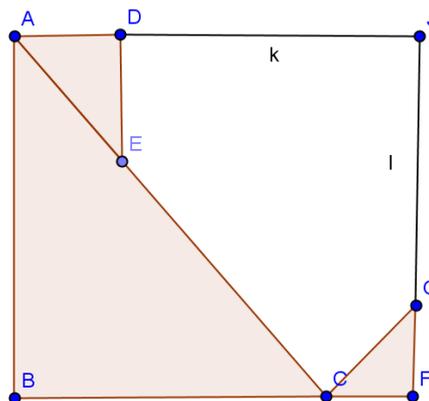
- Tracciare una retta f passante per D ed E, che è perpendicolare alla retta b .
 - Segnare il punto F dall' intersezione tra la circonferenza c e la retta f .
 - Tracciare una circonferenza g partendo da F passando per A.
 - Tracciare una circonferenza h partendo da B passando per A.
 - Segnare il punto G dall' intersezione tra g e h .
- Poi se si uniscono i punti B, G, A ed F si ottiene il quadrato.



3)

[la figura è “inamovibile” dal resto del testo e senza nessuna motivazione]

*Camilla Restaneo, Classe 2E
Liceo Classico “Chris Cappell College”, Anzio (RM)*



1)

Poiché il triangolo ABC è quello di cui conosciamo più misure, iniziamo col calcolare il lato mancante, nonché cateto del triangolo, utilizzando il teorema di Pitagora:

$$\text{Cateto } AC = \sqrt{(15^2 - 9^2)} = 12$$

In questo modo sappiamo le misure di tutti i lati del triangolo ABC. Osserviamo il triangolo AED ; quest'ultimo é simile al precedente per il primo criterio di similitudine il quale dice che due triangoli sono simili se hanno due angoli congruenti. In questo caso abbiamo gli angoli $\angle DAE$ e $\angle ACB$ congruenti perché alterni interni delle parallele BF e AJ [tagliate dalla trasversale AC]. Possiamo, successivamente, notare che anche gli angoli ABC e ADE sono congruenti, poiché

entrambi angoli retti.

Possiamo così sapere quanto misurano i lati del triangolo AED. Dato che l'unico lato che conosciamo è $\frac{1}{3}$ del lato corrispondente del triangolo ABC possiamo affermare che i lati di quest'ultimo triangolo sono 3 volte quelli del triangolo AED. Il triangolo GCF é invece congruente al triangolo AED per il criterio speciale di congruenza dei triangoli rettangoli, il quale dice che due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno un cateto e l'ipotenusa rispettivamente congruenti.

[Manca la misura dell'ipotenusa del triangolo $\triangle GCE$ $\triangle GCF$]

A questo punto rimane da calcolare esclusivamente l'ultimo lato ignoto del pentagono. Essendo la figura ABFJ un rettangolo, ha i lati opposti congruenti; perciò il cateto AB del triangolo ABC, nonché lato del rettangolo, é congruente alla somma del lato ignoto del pentagono e del cateto GF del triangolo GCF, in quanto dalla figura possiamo notare che essi costituiscono il lato del rettangolo opposto a quello di cui si é parlato precedentemente. A questo punto basta sottrarre dalla misura del lato del rettangolo, quindi cateto del triangolo ABC, la misura del cateto del triangolo GCF.

In conclusione, facendo i calcoli sopra elencati otteniamo tutte le misure richieste:

Triangolo ABC: Cateto AB = 9; cateto BC = 12; ipotenusa CA = 15;

Triangolo ADE: cateto DE = 3; cateto AD = 4; ipotenusa = 5;

Triangolo GCF: cateto GF = 3; cateto FC = 4; ipotenusa = 5;

Pentagono [Pentagono DECGJ]: DJ = 12; JG = 6; GO [GC] = 5; EO [EC] = 10; ED = 3.

2)

Per trovare la misura del lato del quadrato equivalente al rettangolo dato, dobbiamo prima ovviamente conoscere l'area di quest'ultimo, in quanto essa é l'unico dato che abbiamo a disposizione per arrivare al lato del quadrato.

Quindi:

Area rettangolo = $b \times h \rightarrow 16 \times 9 = 144$

Ora [applicando la relazione che lega l'area] [con la formula inversa dell'area] del quadrato [alla misura del lato] possiamo calcolare le misure del quadrato stesso:

lato quadrato: $\sqrt{144} = 12$.

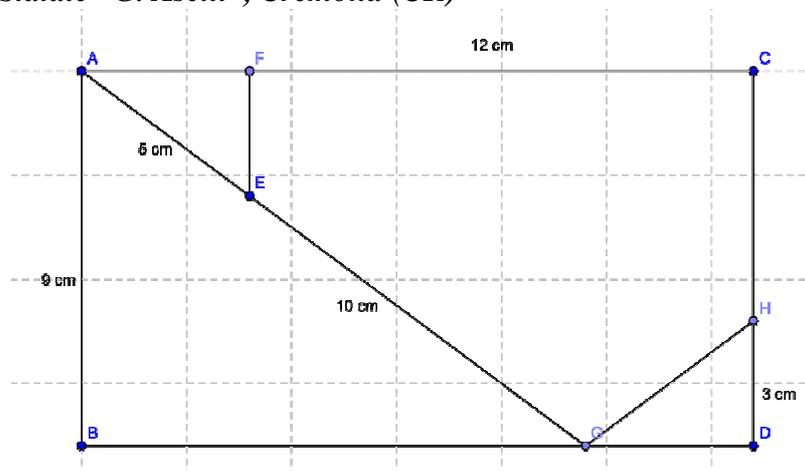
[la figura della costruzione del quadrato è confusa e priva di motivazioni]

3)

[...]

Giovanni Ferrami, Classe 1E

Liceo Scientifico Statale "G. Aselli", Cremona (CR)

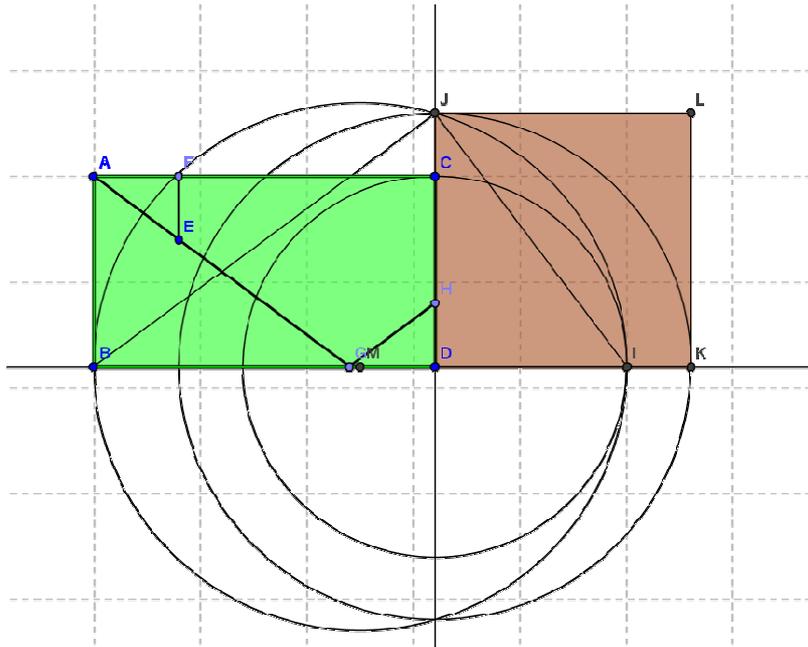


1)

Per trovare le misure mancanti si possono sfruttare le terne pitagoriche [Perché? In che modo?], dato che i triangoli proposti sono triangoli rettangoli (di cui AFE e GDH equivalenti [in che senso e perché?] fra loro). Per cui $GD = 4 \text{ cm}$, $CH = 6 \text{ cm}$, $HG = AE$, $FE = HD$, $BG = FC$. [Manca la dimostrazione]

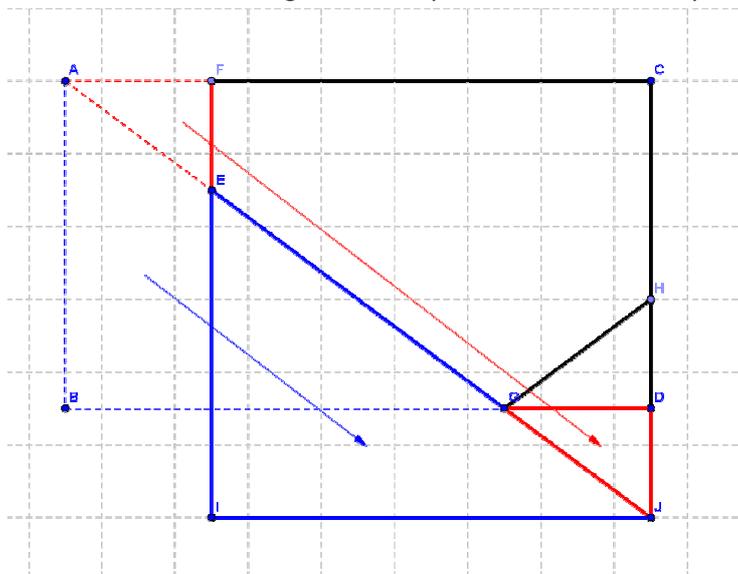
2)

Per trovare la misura del lato del quadrato equivalente al rettangolo dato ho sfruttato il secondo teorema di Euclide, ossia " In un triangolo rettangolo, il quadrato costruito sull'altezza relativa all'ipotenusa è equivalente al rettangolo che ha per lati le proiezioni dei due cateti sull'ipotenusa". [Questo teorema è servito per costruire il quadrato, ma quanto vale la misura del lato?]



3)

Traslando due triangoli come mostrato nella figura sotto riportata si ottiene un quadrato.



Francesca Tavazza, Classe 1B
Liceo Scientifico "Archimede", Roma (RM)

1)

[Manca qualsiasi motivazione dei risultati indicati]

2)

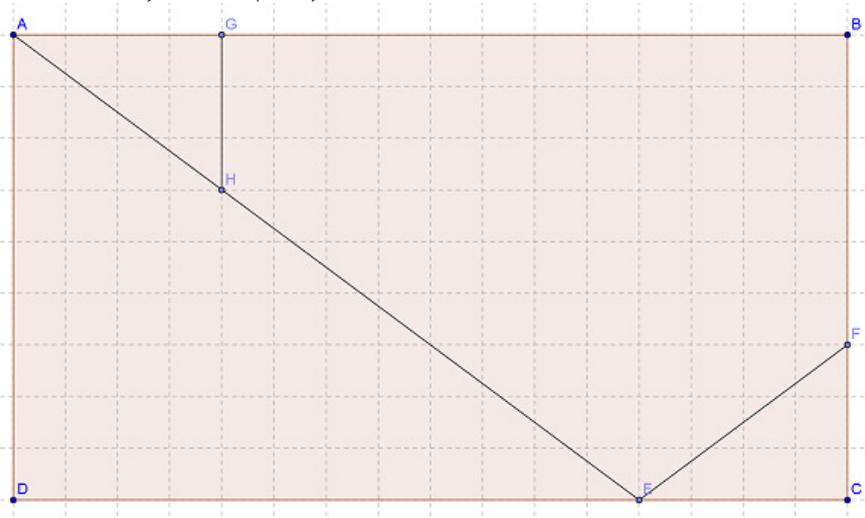
[[...]]

3)

[[...]]

Classe 3M

Scuola Media "P. Neruda", Roma (RM)



1)

Partiamo da un rettangolo (ABCD) suddiviso in tre triangoli rettangoli (ADE, AGH, FCE) e un pentagono irregolare (EFBGH).

Studiamo il triangolo rettangolo (ADE):

- Il segmento AE misura complessivamente 15

- Il segmento AD misura 9

- Applicando il teorema di Pitagora abbiamo trovato che il segmento DE misura 12, come il segmento GB.

Studiamo i lati del rettangolo (ABCD):

$$BF = BC - FC = 9 - 3 = 6$$

$$AG = AB - BG$$

$$EC = DC - DE \text{ [e le misure?]}$$

Troviamo che $AG = EC$ per differenza di segmenti congruenti [non è chiaro, occorre precisare]

Il triangolo rettangolo (AGH) è simile al triangolo rettangolo (ADE) perché gli angoli $\hat{D}EA$ e $\hat{G}AH$ sono angoli alterni interni formati dalle due rette (prolungamenti dei lati del rettangolo) tagliate dalla retta trasversale (prolungamento di AE)

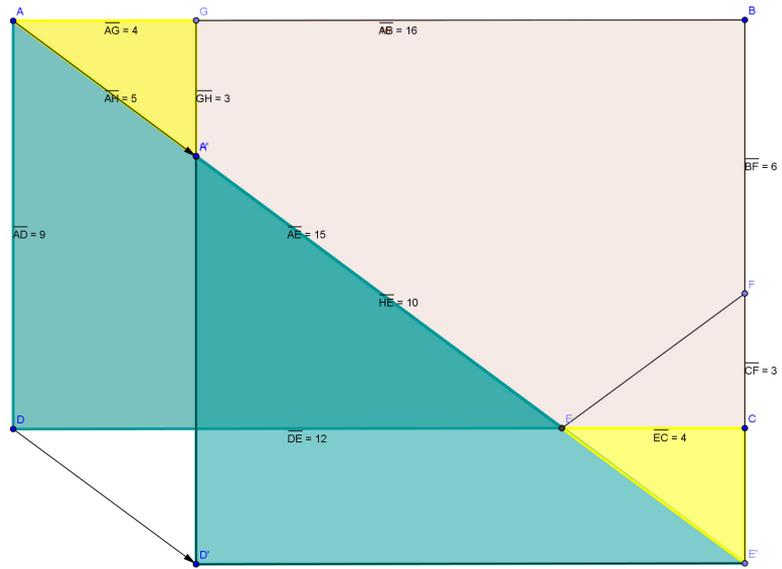
Essendo simili hanno gli angoli [corrispondenti] congruenti e i lati in proporzione. I lati del triangolo rettangolo (AGH) misurano $1/3$ dei lati corrispondenti del triangolo rettangolo (ADE).

Detto ciò si può affermare che:

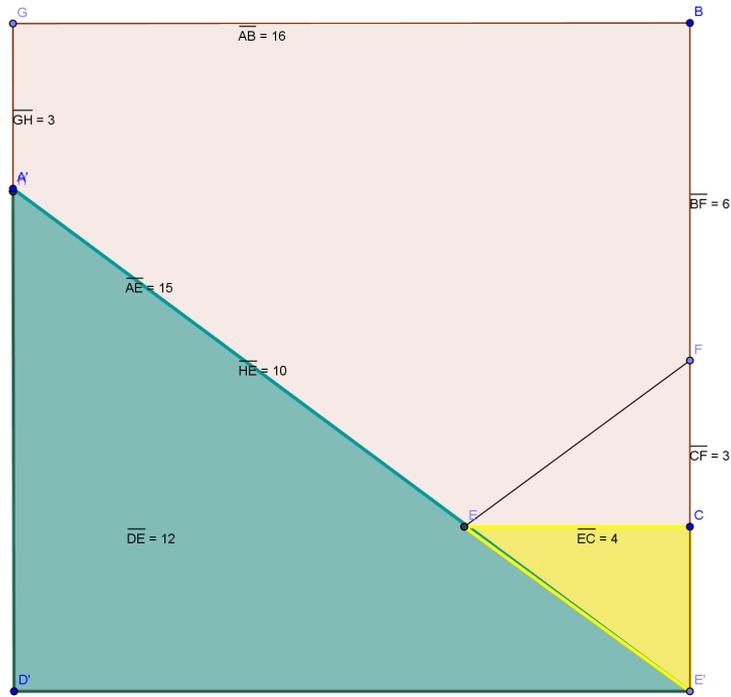
$$GH = 1/3AD = 3$$

$$AG = 1/3DE = 4$$

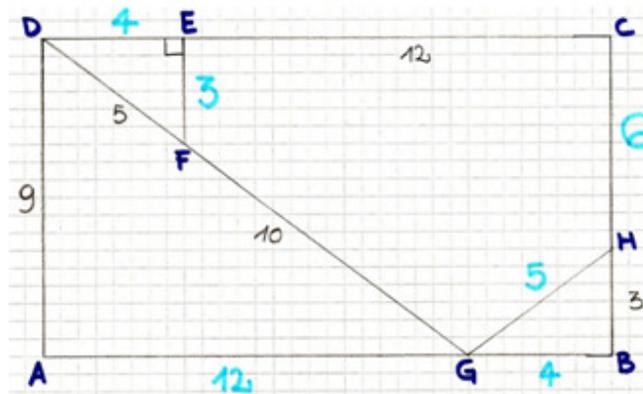
$$AH = 1/3AE = 5$$



Si compone il quadrato (GBE'D') richiesto:



Arianna Tavano, Classe 3B
 Scuola Media Dimesse, Udine (UD)



1)

$AG = 12$ per la terna pitagorica 9, 12, 15 [questo si deduce dalle lunghezze dell'ipotenusa e di un cateto]

Dato che gli angoli $\angle EDF = \angle DGA$ [perché?] allora i triangoli DEF e ADG sono simili

$DE = 4$ perché terna pitagorica 3, 4, 5 [e la dimostrazione?].

$EF = 3$ perché terna pitagorica 3, 4, 5 [e la dimostrazione?].

$GH = 5$ perché terna pitagorica 3, 4, 5 [e la dimostrazione?].

$GB = 4$ perché terna pitagorica 3, 4, 5 [e la dimostrazione?].

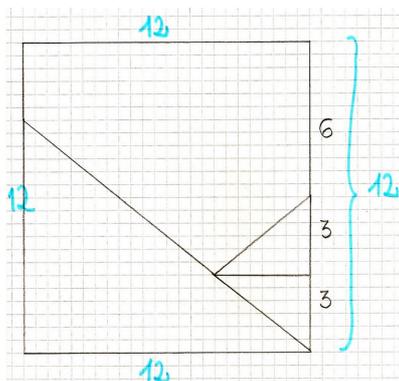
$CH = 6$ perché $DA = 9$ quindi $CB = 9 - 3 = 6$ [$CB = DA = 9$ da cui segue che $CH = CB - HB = 9 - 3 = 6$].

2)

Il lato del quadrato misura 12 perché $12^2 = 9 \times 16$.

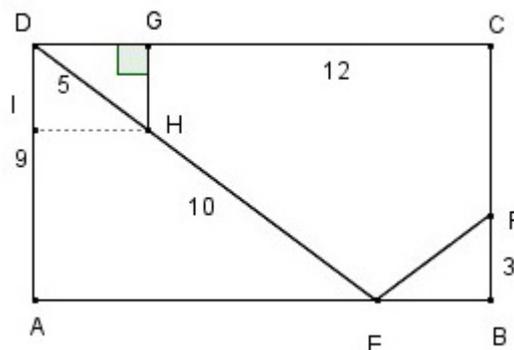
[Manca la costruzione del quadrato con la relativa motivazione]

3)



[Manca qualsiasi motivazione]

Alice Garbari, Classe 2I
 Scuola Media "G.B. Tiepolo", Milano (MI)



1)

Hp

ABCD è rettangolo

BF = 3 u

CG = 12 u

DA = 9 u

DH = 5 u

HE = 10 u

$\overline{CF} = \overline{CB} - \overline{BF} = 9 - 3 = 6(u)$

$\overline{DE} = \overline{DH} + \overline{HE} = 5 + 10 = 15(u)$

Per il teorema di Pitagora si ha:

$\overline{AE} = \sqrt{\overline{DE}^2 - \overline{DA}^2} = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{225 - 81} = \sqrt{144} = 12(u)$

Si costruisca il triangolo IH [IDH] (la retta IH è // al lato AB)

Il triangolo **IDH** è simile al triangolo **ADE** per il 1° criterio di similitudine:

$\hat{A}\hat{D}E$ in comune

$\hat{H}\hat{I}D$ retto per costruzione

$\hat{E}\hat{A}D$ retto per ipotesi

Ne segue che: $\frac{\overline{DH}}{\overline{DE}} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$ e, quindi, $\frac{\overline{DI}}{\overline{DA}} = \frac{1}{3}$ da cui $\overline{DI} = \overline{DA} \frac{1}{3} = 9 : 3 = 3(u)$

$\frac{\overline{IH}}{\overline{AE}} = \frac{1}{3}$ e, quindi, $\overline{IH} = \overline{AE} \frac{1}{3} = 12 : 3 = 4(u)$

I triangoli **DHI** e **DGH** sono congruenti per il 1° criterio: $DI \cong GH$, $IH \cong DG$ e $\hat{H}\hat{I}D = \hat{D}\hat{G}H = 90^\circ$

$\Rightarrow \overline{DG} = \overline{IH} = 4(u)$ [ma non hai già' per ipotesi

DG=GH ?]

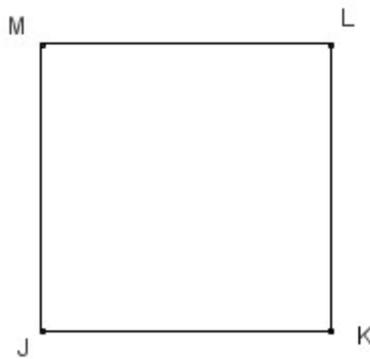
I triangoli **DGH** ed **EBF** sono congruenti per il 1° criterio: $GH \cong BF$ e $DG \cong EB$ per differenza di segmenti di uguale lunghezza, $\hat{D}\hat{G}H = \hat{E}\hat{B}F = 90^\circ \Rightarrow [[\overline{DG} = \overline{EB} = 4(u)]]$ [EF=DH=5].

2)

Per ipotesi Area (JKLM) = Area (ABCD)

$\overline{A}_{JKLM} = \overline{A}_{ABCD} = \overline{AB} \cdot \overline{BC} = 16 \cdot 9 = 144(u^2)$

$\overline{JK} = \sqrt{\overline{A}_{JKLM}} = \sqrt{144} = 12(u)$



Dato il segmento AB lungo 12 u, punto il compasso in B e, con apertura a piacere minore della distanza AB, traccio un arco che si interseca con il segmento AB nel punto C.

Punto il compasso in C e con la stessa apertura traccio un secondo arco che si interseca con il primo nel punto D.

Punto il compasso in D e sempre mantenendo la stessa apertura traccio un arco che si interseca con il primo nel punto E.

Infine punto in E e traccio un arco che si interseca con il terzo nel punto F.

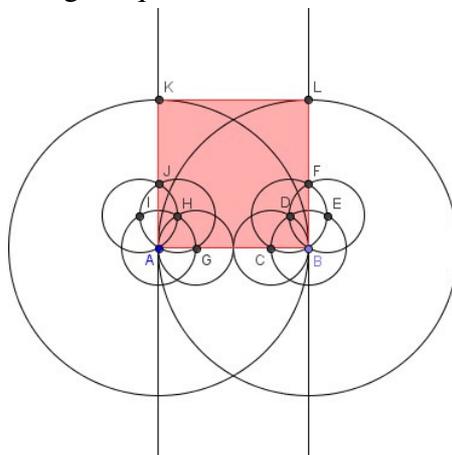
Unisco B con F e trovo la retta perpendicolare al segmento AB passante per B.

Faccio la stessa cosa con il punto A.

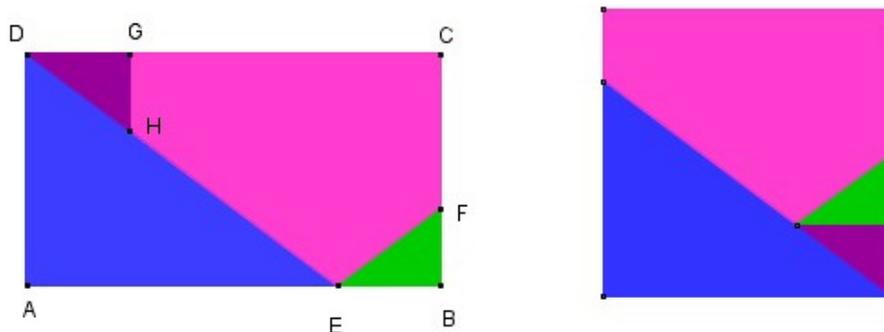
Ora che ho le due perpendicolari punto in A e con apertura AB traccio un arco che si interseca con la perpendicolare passante per A nel punto K.

Faccio la stessa cosa con il punto B e ottengo il punto L.

Congiungendo i punti A B L K ottengo il quadrato richiesto.



3)



[manca qualsiasi motivazione].