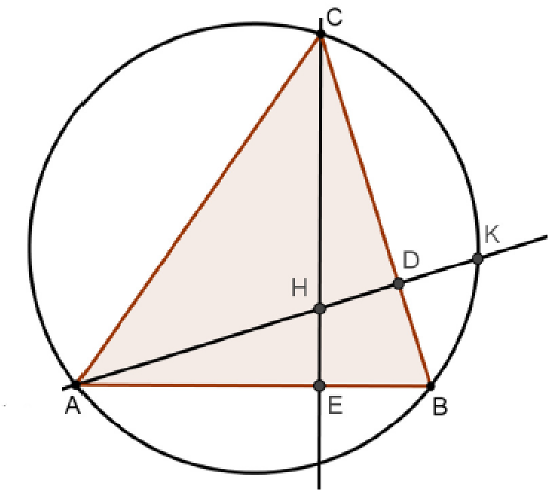
FLAT*landia*

"Abbi pazienza, ché il mondo è vasto e largo" (Edwin A. Abbott)

Problema di Flatlandia 9 - 23 novembre 2017 - Commento alle soluzioni ricevute

Il testo del problema

Sia ABC un triangolo acutangolo inscritto in una circonferenza. Detto H il suo ortocentro, prolungare l'altezza AD fino a incontrare in K la circonferenza (K distinto da A).
Provare che la retta BC è l'asse del segmento HK.



Commento
Sono giunte sedici risposte, da classi II e da una classe III di sette Licei, prevalentemente scientifici.

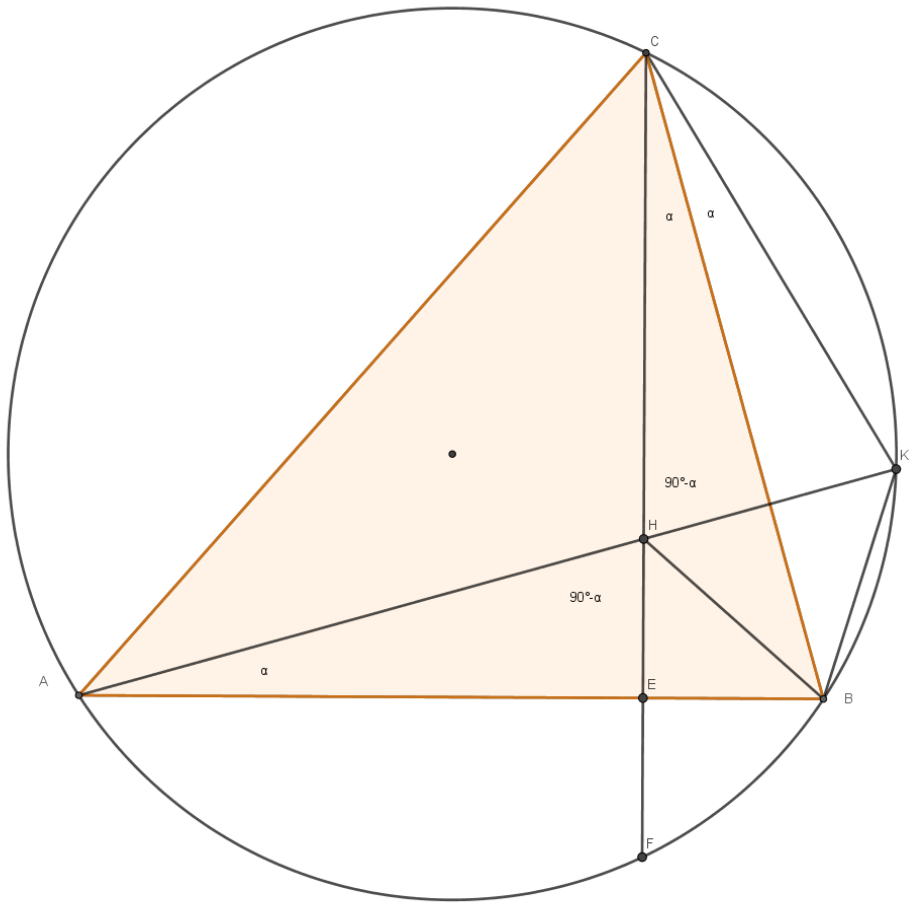
Il problema poneva un quesito relativo ad una proprietà dell'ortocentro di un triangolo acutangolo inscritto in una circonferenza. Precisamente chiedeva di dimostrare che ogni lato del triangolo e' asse del segmento che ha per estremi l'ortocentro e il punto (non del triangolo) in cui l'altezza relativa a quel lato incontra la circonferenza.
Buona parte delle risposte arrivate sono corrette e ben motivate, ma notiamo comunque in molte una sciatteria nell'esposizione che ne compromette la comprensione. Inoltre spesso la terminologia usata non è corretta.
Sarebbe inoltre opportuna che ogni classe inviasse due, al massimo tre, soluzioni.

Sono pervenute risposte dalle seguenti scuole:
- LS Aristosseno, Taranto (2 soluzioni)
- LS Nomentano, Roma (4 soluzioni dalla stessa classe)
- LS Rummo, Benevento
- LS Cesaris, Casalpusterlengo (LO)
- LS Galilei, Alessandria
- LS Volta, Colle di Val D'Elsa (SI)
- LS Majorana, Mola (BA) (6 soluzioni dalla stessa classe)

NOTA. Nelle soluzioni riportate, le correzioni, le aggiunte o i commenti sono scritti fra parentesi quadre. Con doppia parentesi quadra vengono indicate le parti omesse.

Soluzioni

1)Soluzione proposta dalla Classe II H liceo Scientifico "Aristosseno", Taranto

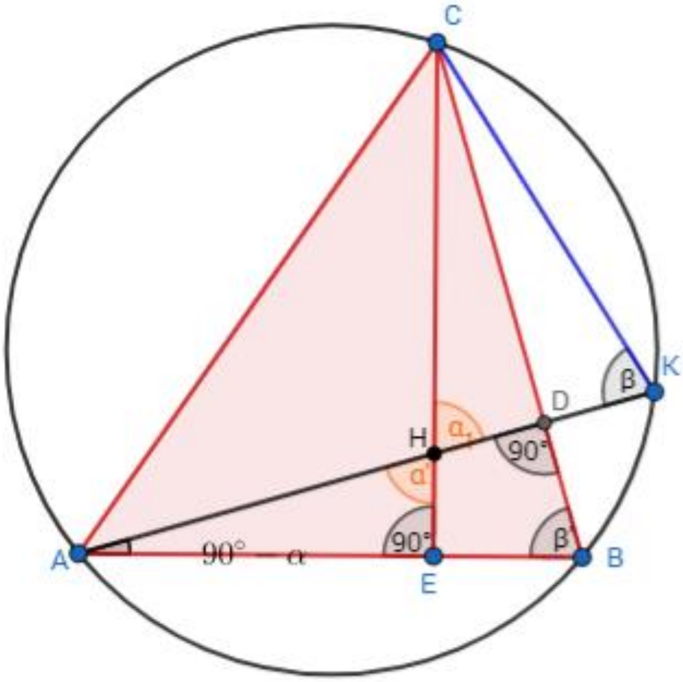


Gli angoli $\widehat{BAK}$ e $\widehat{BCK}$ sono congruenti perché sono angoli alla circonferenza che insistono sullo stesso arco BK : $\widehat{BAK} = \widehat{BCK}$ = α . Essendo CE altezza del triangolo ABC, il triangolo AEH è rettangolo in E , quindi l'angolo $\widehat{AHE}$=90°-α è complementare dell'angolo $\widehat{BAH}$=α .Ma $\widehat{AHE} = \widehat{CHK}$ perché sono angoli opposti al vertice ed essendo il triangolo [[ADH]] [HCD nella figura manca il punto D] anch'esso rettangolo (perché AK è altezza relativa a BC) si ha :

$$\widehat{HCD}=90°-\widehat{CHD}=\alpha=\widehat{DCK}$$

Osserviamo ora il triangolo HCK ; in esso l'altezza CD è anche bisettrice dell'angolo $\widehat{HCK}$ e per questo il triangolo è isoscele(i triangoli CDH e CDK sono triangoli rettangoli congruenti). Il punto D è perciò punto medio di HK e quindi BC è asse di HK (è perpendicolare ad [[HL]] [HK] nel suo punto medio nonché luogo dei punti equidistanti dagli estremi H e K).

2) ***Soluzione proposta da Pisanelli Greta e Dimauro Antonella; Classe II E Liceo Ginnasio Statale "Aristosseno", Taranto***



Uniamo il punto C con il punto K, ottenendo il triangolo CKD. Gli angoli CKD(β) e CBE(β') sono congruenti, perché insistono sullo stesso arco, ovvero l'arco AC (non comprendente il punto B). Gli angoli CHK (α) e AHE(α') sono congruenti perché angoli opposti al vertice, quindi l'angolo HAE è uguale a (90°-α).

Consideriamo il triangolo ADB:

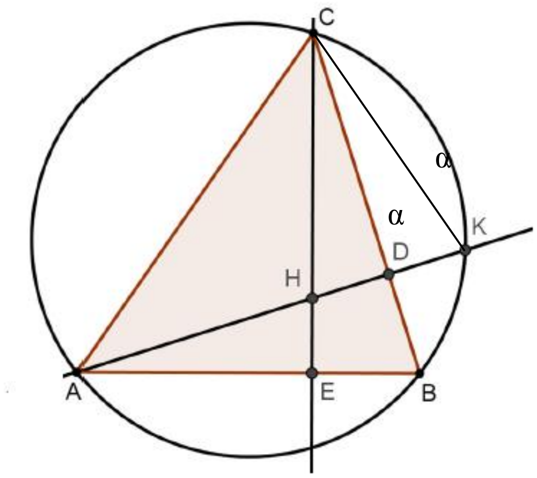
Poiché gli angoli acuti di un triangolo rettangolo sono complementari, allora

$$90°-\alpha+\beta=90° \Longrightarrow \beta=\alpha$$

Di conseguenza, l'angolo CHK(α) è congruente all'angolo CKH(β).

Consideriamo il triangolo CHK che risulta isoscele perché ha gli angoli alla base congruenti, perciò per definizione ad angoli congruenti si oppongono lati congruenti, quindi i segmenti CH e CK sono congruenti. Dimostrando questo e sapendo che l'asse è il luogo geometrico dei punti equidistanti dagli estremi del segmento, abbiamo dimostrato che il segmento CB è asse del segmento HK [bisogna però anche notare, per poter ragionare in questo modo, che HD=DK, cosa comunque vera].

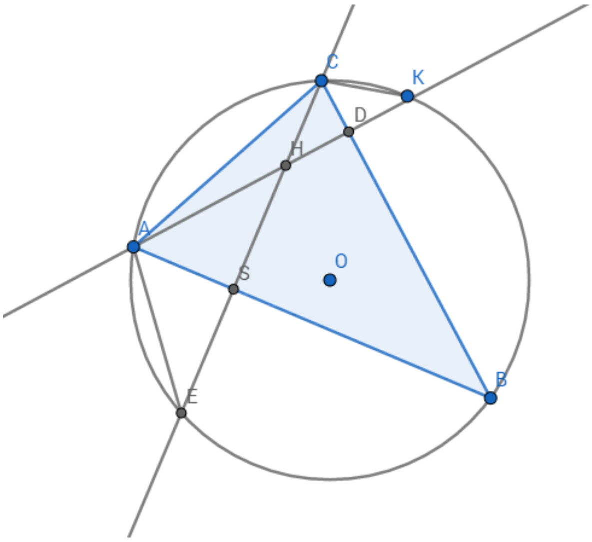
3)Soluzione proposta dalla Classe 2E del Liceo Scientifico G. Rummo di Benevento



IP: H = ortocentro.
AD = altezza relativa a BC.
CE = altezza relativa a AB.
TH: BC = asse di HK.

1. Tracciamo il segmento CK.
2. Consideriamo gli angoli CKA e CBA (α). Sono congruenti perché sono angoli alla circonferenza che insistono sulla stessa corda AC.
3. Gli angoli KCB e BCE sono congruenti perché entrambi complementari dell'angolo α.
4. Consideriamo i triangoli CDH e CDK. Sono congruenti per il 2° criterio di congruenza dei triangoli.
   Essi hanno:
   -CD in comune.
   - L'angolo CDH congruente all'angolo CDK perché entrambi retti.
   -Gli angoli HCD e DCK congruenti perché dimostrato nel 3° punto.
5. CH = CK perché si oppongono [ad] elementi congruenti (gli angoli CDH e CDK) in triangoli congruenti (CDH e CDK). Il triangolo CKH è ,quindi, isoscele sulla base HK.
6. CD che è l'altezza relativa al lato HK, in quanto forma angoli retti, è anche mediana di HK e quindi BC è asse di HK.

4)Soluzione proposta da Pedrazzini Martina, Classe 2T, Liceo Scientifico con opzione Scienze Applicate di Casalpusterlengo (LO)



Pedrazzini Martina 2T
Liceo Scientifico con opzione Scienze Applicate “A. Cesaris” - Casalpusterlengo

IPOTESI	TESI
H ortocentro	BC asse HK

DIMOSTRAZIONE

$E\hat{A}K$ è congruente a $E\hat{C}K$ perché insistono sullo stesso arco $\widehat{EK}$

$B\hat{A}K$ è congruente a $B\hat{C}K$ perché insistono sullo stesso arco $\widehat{BK}$

$E\hat{A}B$ è congruente a $E\hat{C}B$ perché insistono sullo stesso arco $\widehat{BE}$

$A\hat{B}C$ è congruente a $A\hat{K}C$ perché insistono sullo stesso arco $\widehat{CA}$ (= α)

Considero il triangolo SCB

$S\hat{C}B$ = 90 – α ($C\hat{S}B$ è retto per ipotesi)

Considero il triangolo CDK

$D\hat{C}K$ = 90-α ($C\hat{D}K$ è retto per ipotesi)

Quindi $S\hat{C}B = B\hat{C}K$

Considero i triangoli HDC e CDK

Questi hanno:

CD in comune

$H\hat{D}C = K\hat{D}C$ perché angoli retti

$H\hat{C}D = D\hat{C}K$ per dimostrazione precedente

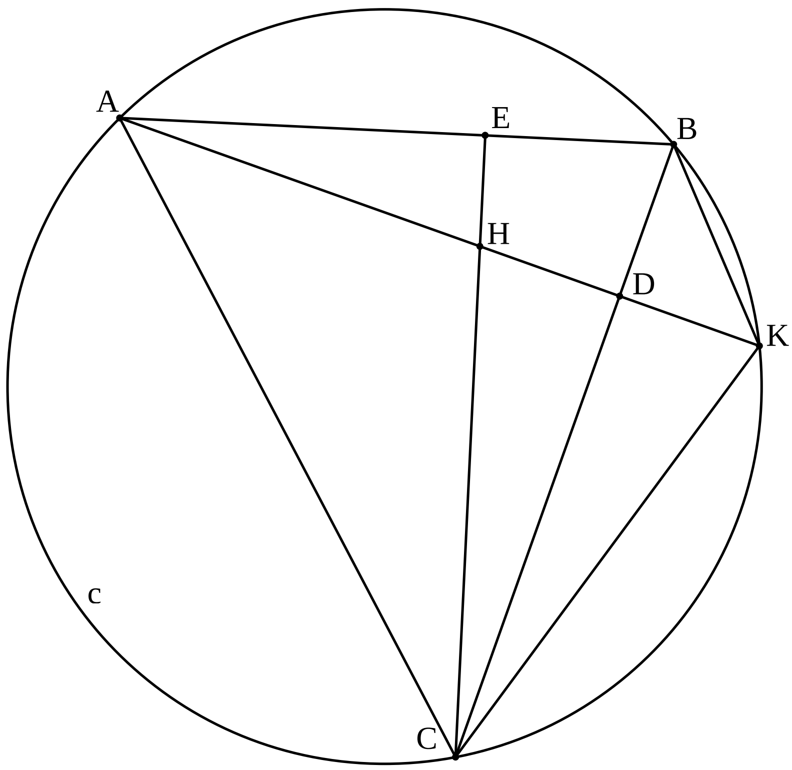
Quindi questi due triangoli sono congruenti per il primo criterio di congruenza, in particolare HD è congruente a DK.

Quindi BC è asse di HK perché è perpendicolare (per ipotesi) e passa per il punto medio (HD congruente a DK).

5)Soluzione proposta da Luciano Spettoli, Classe 3E del Liceo Scientifico Galileo Galilei di Alessandria

Ipotesi:

- Il triangolo ABC è acutangolo
- H è l'ortocentro del triangolo ABC
- c è la circonferenza circoscritta al triangolo ABC
- $\overline{CE} \perp \overline{AB}$
- $\overline{AD} \perp \overline{CB}$



Tesi:

- La retta per C e B è asse di $\overline{HK}$

Dimostrazione:

L'angolo $\widehat{BAK}$ è un angolo alla circonferenza c che insiste sull'arco BK; l'angolo $\widehat{BCK}$ è un angolo alla circonferenza c che insiste anch'esso sull'arco BK, dunque $\widehat{BAK} \cong \widehat{BCK} \equiv \widehat{DCK}$.

Inoltre $\left(\overline{AD} \perp \overline{CB}\right) \Rightarrow \widehat{CDK} = 90°$ e, sfruttando la somma degli angoli interni nel triangolo CDK, avremo:

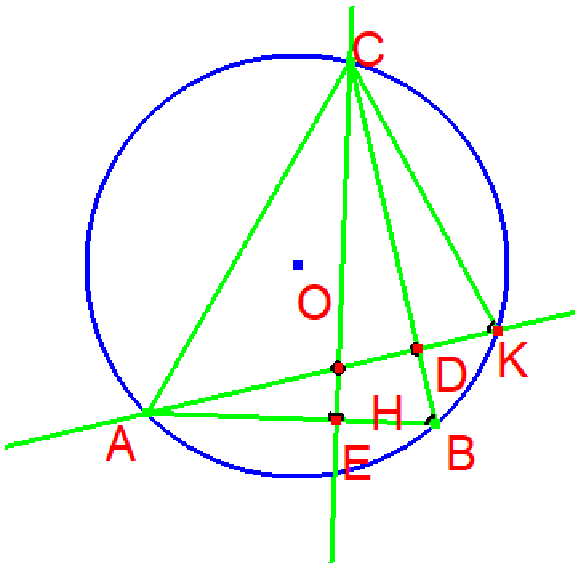
$180° = \widehat{CDK} + \widehat{CKD} + \widehat{DCK} = 90° + \widehat{BAK} + \widehat{CKD} \Rightarrow \widehat{CKD} = 180° - 90° - \widehat{BAK} = 90° - \widehat{BAK}$.

$\left(\overline{CE} \perp \overline{AB}\right) \Rightarrow \widehat{AEC} = 90°$; inoltre $\widehat{AEH} \equiv \widehat{AEC} = 90°$, $\widehat{BAK} \equiv \widehat{EAH}$ e, per la somma degli angol interni in $\widehat{AEH}$, si ha: $180° = \widehat{AEH} + \widehat{AHE} + \widehat{EAH} = 90° + \widehat{AHE} + \widehat{BAK} \Rightarrow \widehat{AHE} = 90° - \widehat{BAK}$.

$\widehat{AHE}$ e $\widehat{CHK}$ sono angoli opposti al vertice, dunque $\widehat{CHK} \cong \widehat{AHE} = 90° - \widehat{BAK}$ e, per la proprietà transitiva dell'uguaglianza: $\widehat{CHK} \cong \widehat{CKD}$, pertanto CHK è isoscele su base $\overline{HK}$. Poiché, per precedente dimostrazione, $\widehat{CDK} = 90°$, allora $\overline{CD}$ è altezza di CHK, e poiché questo è isoscele, ne è anche mediana: $\overline{HD} \cong \overline{DK}$. Perciò $\overline{CD}$ è perpendicolare ad $\overline{HK}$ nel suo punto medio, e, in quanto C, D e B giacciono allineati sul medesimo segmento, la retta passante per C e B è l'asse del segmento $\overline{HK}$. [[(Ciò è vero anche se ABC non è acutangolo).]] [Andrebbe fatta una nuova figura e una nuova dimostrazione, comunque non richieste].

6)***Soluzione proposta da Domenicucci Lorenzo, Montedoro Alessandro, Classe 2A Sezione sperimentale di Liceo Matematico, del Liceo Scientifico Nomentano, Roma***

Dimostrazione n. 1   (figura di riferimento su file Cabri: n.1)



IPOTESI	TESI
CÊB=CÊA=90°	HD=DK
AD̂C=AD̂B=90°	AD̂C=CD̂K=90°

DIMOSTRAZIONE

Gli angoli AD̂C e CD̂K sono uguali a 90° (per ipotesi) poiché il segmento AD è [[altezza del]] [perpendicolare al] segmento BC e gli angoli AD̂C=AD̂B=90°, allora AD̂C=CD̂K=90°.

Inoltre gli angoli AB̂C e AK̂C sono congruenti poiché sono angoli alla circonferenza insistenti sulla stessa corda [AC]   (*).

Consideriamo il quadrilatero BDHE: essendo la somma degli angoli HÊB e HD̂B uguale a 180° (entrambi angoli retti) ed essendo la somma degli angoli interni di un quadrilatero qualsiasi uguale a 360°, allora la somma degli angoli DB̂E e DĤE è uguale a 180°.

Sapendo che DĤE è supplementare di CĤD e di DB̂E allora gli angoli DB̂E e CĤD sono congruenti. Quindi se DB̂E (= AB̂C) che è uguale a CK̂D (= AK̂C) per dimostrazione precedente (*) e l'angolo DB̂E è uguale all'angolo CĤD, allora gli angoli CĤD e CK̂D sono congruenti.

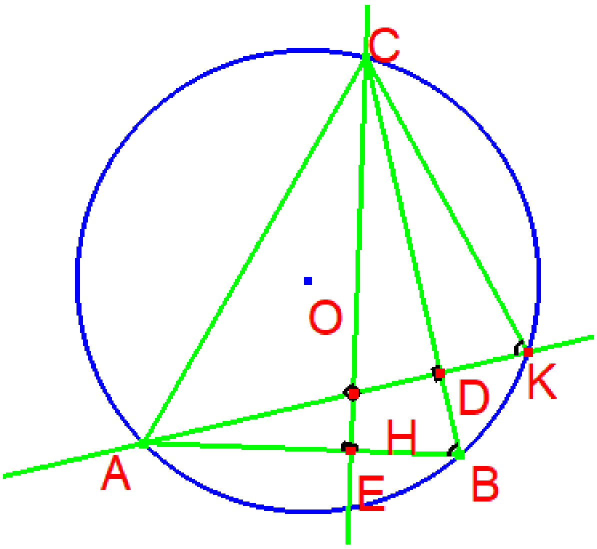
Consideriamo i triangoli CDK e CDH essi hanno:

- CD̂H=CD̂K=90° per ipotesi;
- Il segmento CD è in comune;
- CK̂D=CĤD per dimostrazioni precedenti;

Allora per il secondo criterio di congruenza dei triangoli, i triangoli CD̂K e CD̂H sono congruenti, in particolare i segmenti HD e DK sono congruenti e CD̂K=CD̂H=90°, per questo motivo il segmento BC è asse del segmento HK C.V.D.

7)Soluzione proposta da Sedia Tommaso, Sugamiele Mario, Classe 2A Sezione sperimentale di Liceo Matematico, del Liceo Scientifico Nomentano, Roma

Dimostrazione n. 2(figura di riferimento su file Cabri: n.2)



IPOTESI	TESI
CÊB=CÊA=90°	HD=DK
AD̂C=AD̂B=90°	AD̂C=CD̂K=90°

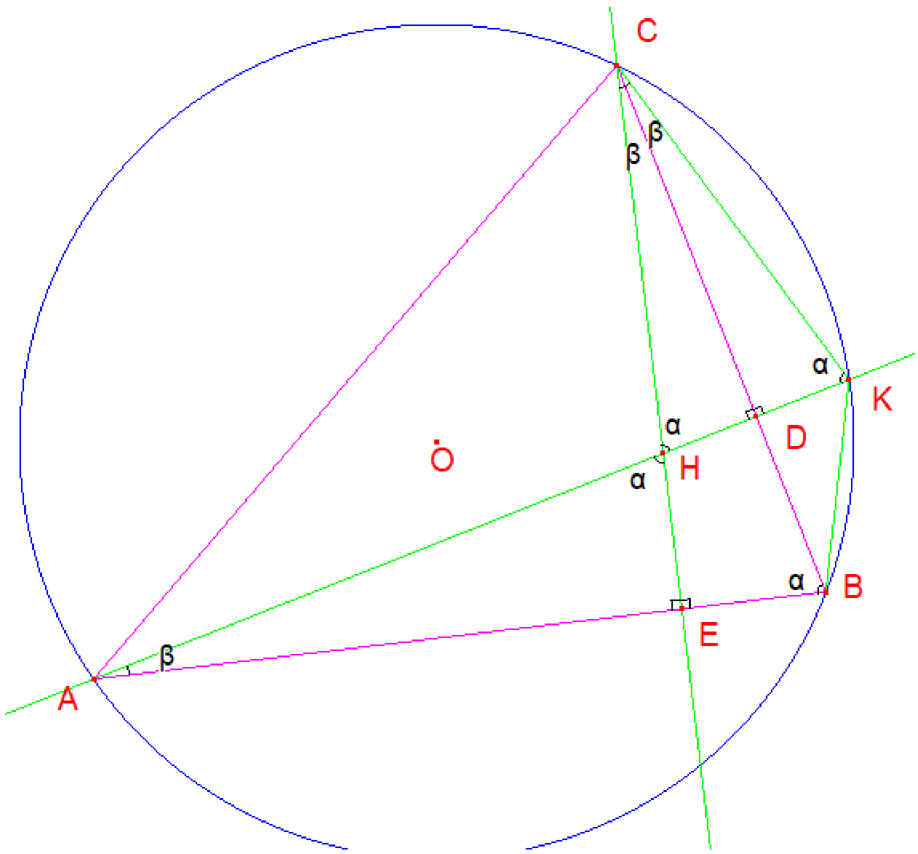
DIMOSTRAZIONE

ACB=AKB perché angoli alla circonferenza [[della]] [che insistono sulla] stessa corda.
ABC=AKC " " " "
AHE=CHD perché angoli opposti [al vertice].
EHD=AHC " "
Quindi EAH=HCD perché differenza di angoli uguali di triangoli [precisare].
AHE=EBD perché in entrambi i triangoli ABD e AHE la somma degli angoli interni è di 180°,

un angolo (DAB) è comune a entrambi e in entrambi vi è un angolo di 90°.
Stesso ragionamento vale per i triangoli CHD e ECB.
[[…]] [molte imprecisioni e vari errori].

8)Soluzione proposta da Bonomo Elisa, Ravanetti Andrea, Squillaci Sara, Sulpizi Francesco, Classe 2A Sezione sperimentale di Liceo Matematico, del Liceo Scientifico Nomentano, Roma

Dimostrazione n. 3   (figura di riferimento su file Cabri: n.3)



HP:

ABC è un triangolo acutangolo inscritto in una circonferenza [e altre cose!]

TH:

BC è asse di HK cioè HD=DK

DIMOSTRAZIONE:

1. Consideriamo il triangolo [[EHK]] [EHA]:

HEA=90° (per altezza);

EHA=α;

EAH=β

2. Consideriamo il triangolo HDC:

HDC=90° (per altezza);

DHC= α (per angoli opposti [al vertice]);

DCH= β ([[poiché supplementari]] [perche' se due triangoli hanno due angoli congruenti anche i terzi angoli lo sono])

3. Uniamo i punti B e K;

Trovata la corda [[BH]] [BK], notiamo che [su di essa insiste l'angolo alla circonferenza] β.

4. Consideriamo l'angolo [alla circonferenza] DCK:

Questo insiste sulla corda BK, quindi DCK= β

5. Consideriamo [[il triangolo DKC]] [i triangoli DCK e DCH]:

poiché [KDC=HDC=90°];

poiché [DCK=DCH=β];

e [[dato che]] CD [e'] in comune

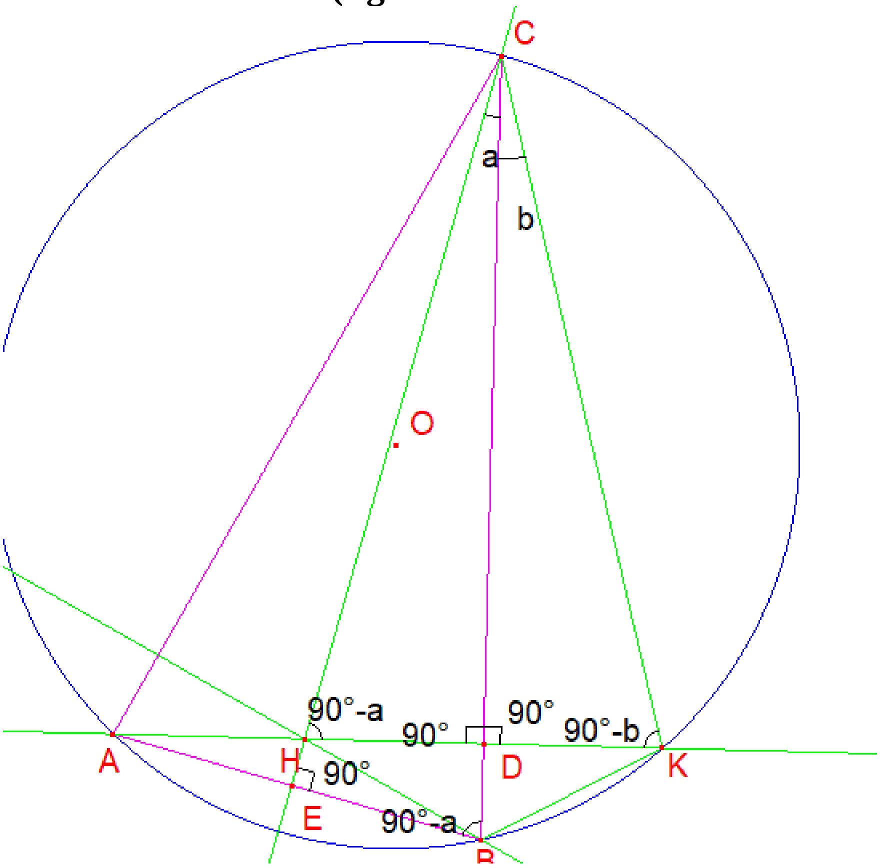
[[allora]] [i due triangoli DKC e DHC sono congruenti per il II criterio di congruenza);

in particolare HD=DK

c.v.d.

9)Soluzione proposta da De Ioannon Lorenzo, Morucci Costanza, Santantonio Chiara, Classe 2A Sezione sperimentale di Liceo Matematico, Liceo Scientifico Nomentano, Roma

Dimostrazione n. 4 (figura di riferimento su file Cabri: n.4)



Ipotesi: CDH=AEC=90° perché CE e AD sono altezze

Tesi: HD=DK

CDH=CDK=90°

Dimostrazione:

Consideriamo il triangolo CHD: esso ha l'angolo acuto DĈH che chiamiamo a, poi sappiamo che l'angolo CDH=90° per ipotesi e di conseguenza chiamiamo l'angolo CĤD=180-90-a=90-a

Consideriamo il triangolo CKD: esso ha l'angolo acuto DĈK che chiamiamo b, poi sappiamo che l'angolo CD ̂K=90° per ipotesi e di conseguenza chiamiamo l'angolo CK ̂D=180-90-b=90-b

Essendo angoli che insistono sulla stessa corda CK ̂A=CB ̂A=90-b

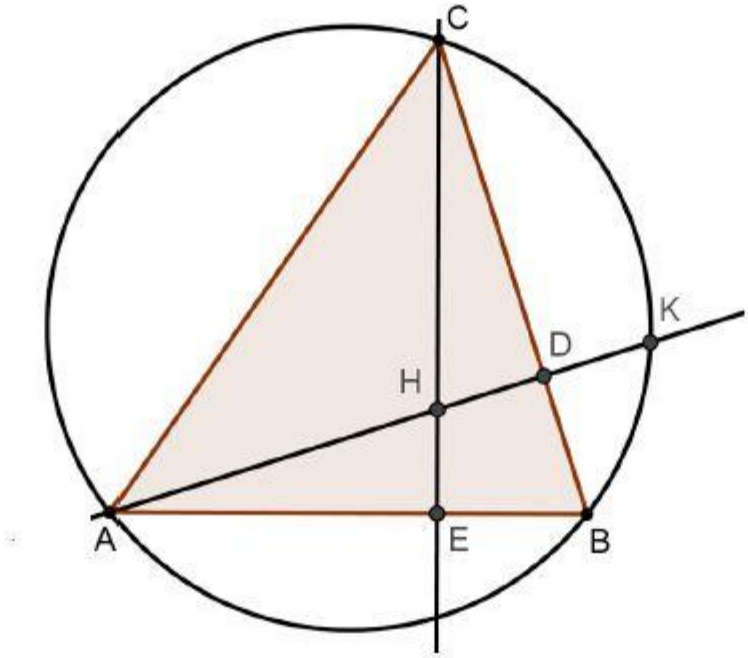
Consideriamo il triangolo CEB: esso ha l'angolo acuto già noto come a, poi sappiamo che l'angolo CÊB=90° perché CE è [[un']] [altezza relativa al] lato AB quindi di conseguenza so che CB ̂E=90-a.

Ma avendolo già soprannominato 90-b allora sappiamo che a=b.
Sapendo ciò possiamo dimostrare che i triangoli CHD e CKD sono congruenti perché hanno:

- CD^H=CD^K [[come già detto prima]] [perché retti]
- Poi il lato CD è in comune
- Gli angoli [DCH=KCD] per quanto dimostrato precedentemente

Quindi per il 2° criterio di congruenza i due triangoli sono uguali in particolare avranno HD=DK come volevasi dimostrare.

10)Soluzione proposta dalla classe 2D liceo statale "A. Volta" Colle di Val D'Elsa (Siena)

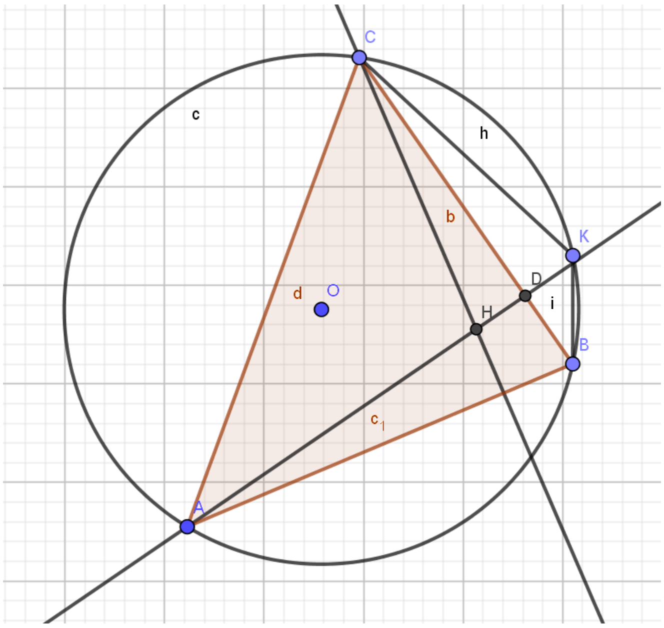


Dimostrazione:

L'angolo <CBA è congruente all'angolo <CKA perché angoli alla circonferenza che insistono sullo stesso arco AC.
L'angolo <CEB è retto perché CE è perpendicolare ad AB, essendo CE altezza relativa ad AB.
L'angolo <CDK è retto perché AD è perpendicolare a CB, essendo AD altezza relativa a CB.
L'angolo <DCK è il complementare dell'angolo <CKD, perché CDK è un triangolo rettangolo in D e quindi i suoi due angoli acuti sono complementari (per corollario teorema somma angoli interni di un triangolo).
<ECB è il complementare dell'angolo <CBE, perché CEB è un triangolo rettangolo in E e quindi i suoi due angoli acuti sono complementari (per corollario teorema somma angoli interni di un triangolo).
Gli angoli <DCK e <ECB sono congruenti perché complementari di angoli congruenti (<DCK = 90°- <CKD , <ECB =90°- <CBE) .
Il triangolo CHK è isoscele con CH congruente a CK perché CD risulta sia bisettrice che altezza del triangolo ([[si può infatti dimostrare]] i triangoli CHD e CKD sono congruenti per il [[primo]]

[secondo] criterio di congruenza; essi infatti hanno CD in comune <HCD congruente a <KCD e <CDH congruente a <CDK).
Ma allora CD, altezza e bisettrice del triangolo CHK, è anche mediana del triangolo e quindi HD è congruente a DK .
Ma allora CB è asse di HK in quanto CB è perpendicolare ad HK per ipotesi e [[HK]] [CB] passa per il punto medio D di [[CB]] [HK] per punto sopra dimostrato.

11)Soluzione proposta da Francesco De Simone, Classe 2°, LiceoScientificoMajorana-MOLA (BARI)

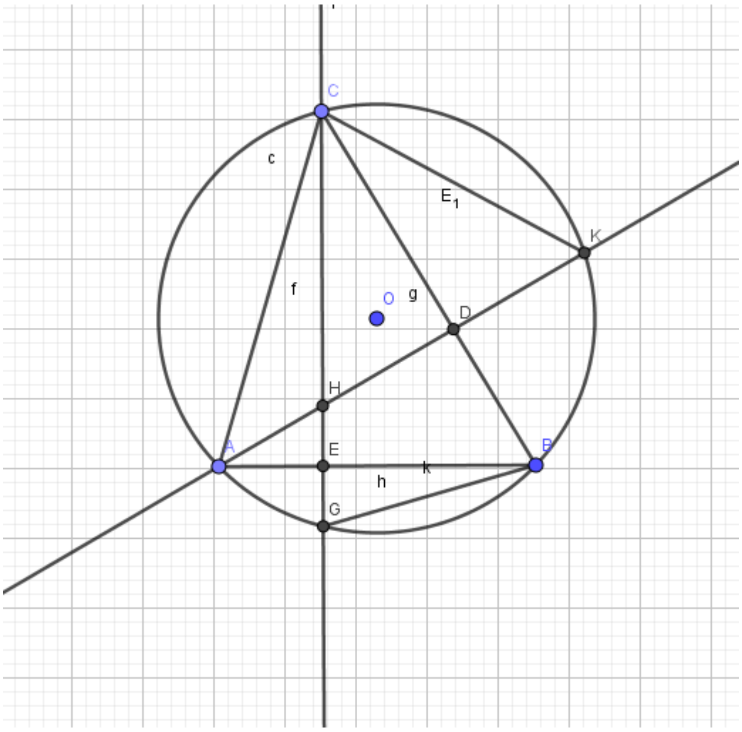


PROBLEMA

HP: ABC inscritto in $\mathscr{C}$ acutangolo]
H ortocentro
AK prolungamento di AD
TH: BC asse di HK

DIM:
HK perpendicolare ad CB.
Traccio CK e KB.
A$\hat{H}$M≅ C$\hat{H}$D [opposti al vertice], A$\hat{M}$H≅H$\hat{D}$C=½π .
H$\hat{A}$M≅H$\hat{C}$D perché complementari di angoli congruenti.
B$\hat{C}$K≅H$\hat{A}$M perché angoli alla circonferenza [[di corde sottese dallo stesso angolo]] [che insistono sulla stessa corda].
Quindi per transitività H$\hat{C}$D≅B$\hat{C}$K.
[Nei triangoli CHD e CDK e' CD in comune, H$\hat{C}$D≅B$\hat{C}$K e HDC=KDC perche' retti, quindi i due triangoli sono congruenti per il secondo criterio] [[C$\hat{H}$D≅ C$\hat{D}$K perché hanno CD in comune, H$\hat{C}$D ≅B$\hat{C}$K, angoli di 90°.]]
In particolare, HD≅ DK.
D punto medio di HK.
BC asse di HK.

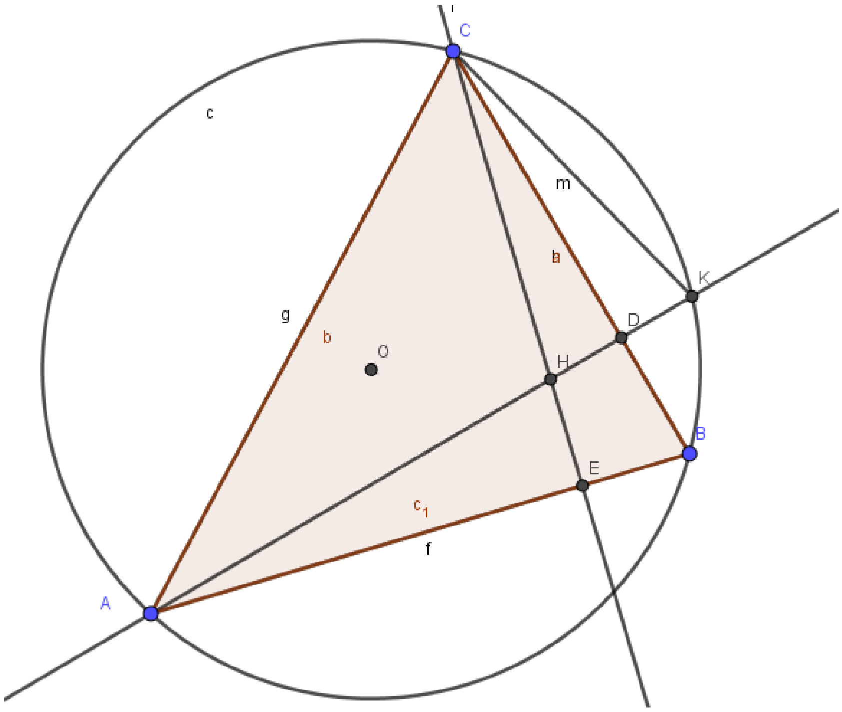
12)Soluzione proposta da Giovanni Lozupone, Classe 2A-Liceo Scientifico Majorana-MOLA (BARI)



Hp: H ortocentro [e altro] Th: HD≅ DK [e altro]

Dim [[…]] [tante imprecisioni]

13)Soluzione proposta da Pietro Tanzi, Classe 2°, Liceo Scientifico Majorana-MOLA (BARI)



HP.
ABC inscritto in c (1)
AD altezza relativa a CB (2)
CE altezza relativa ad AB (3)
H ortocentro (4)
K intersezione c e AD (5)
TH.
BC asse di HK
DIM.
Traccio il segmento che ha per estremi K e C
Considero i triangoli AHE e CDK
DĈK≅ HÂE (perché angoli alla circonferenza che sottendono lo stesso arco)

Hp(2) → AD ⊥ CB → C$\hat{D}$K ≅ π/2
Hp(3) → CE ⊥ AB → AÊH ≅ π/2
AÊH ≅ C$\hat{D}$K

A$\hat{H}$E ≅ C$\hat{K}$D per differenza di angoli congruenti

Considero ora i triangoli AHE e CHD
A$\hat{H}$E ≅ C$\hat{H}$D perché opposti al vertice

Hp(2) → AD ⊥ CB → C$\hat{D}$H ≅ π/2
Hp(3) → CE ⊥ AB → AÊH ≅ π/2
AÊH ≅ C$\hat{D}$H

HÂE ≅ HĈD per differenza di angoli congruenti

Considero i triangoli CHD e CDK
DĈK≅ HÂE
DĈK ≅ HĈD per transitività
HÂE ≅ HĈD [da DCK=HCD]
Hp(2) → AD ⊥ → C$\hat{D}$K ≅ CDH ≅ CDK
CD in comune

CHD ≅ CDK → CH ≅ CH cui CB

C è un punto della retta CB ⊥ [[AB]] [AD] per Hp(2)
l'asse di un segmento è il luogo geometrico di tutti e soli i punti equidistanti dagli estremi
CH ≅ CK quindi **BC è asse del segmento HK Come Volevasi Dimostare**
[Finale "tirato via"]

14)Soluzione proposta da Samuele Maffione, Classe 2°, Liceo Scientifico Majorana-MOLA (BARI)

Hp:

$C\hat{A}B < 90°$; $A\hat{C}B < 90°$; $C\hat{B}A < 90°$;

$A\hat{C}B$ inscritto [[a]] [in] C;

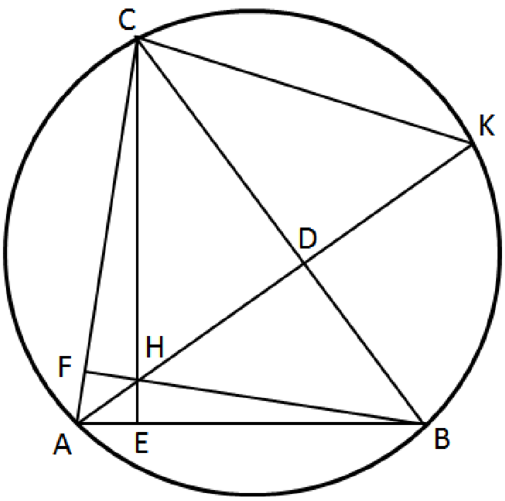
$A\hat{D}B \cong A\hat{D}C \cong C\hat{E}A \cong C\hat{E}B \cong C\hat{F}B \cong A\hat{F}B \cong 90°$;

H ortocentro di $A\overset{\blacktriangle}{C}B$;

Th:

BC asse di HK

Dim:



considero CK che forma $B\hat{C}K$ con CB; risulta che:

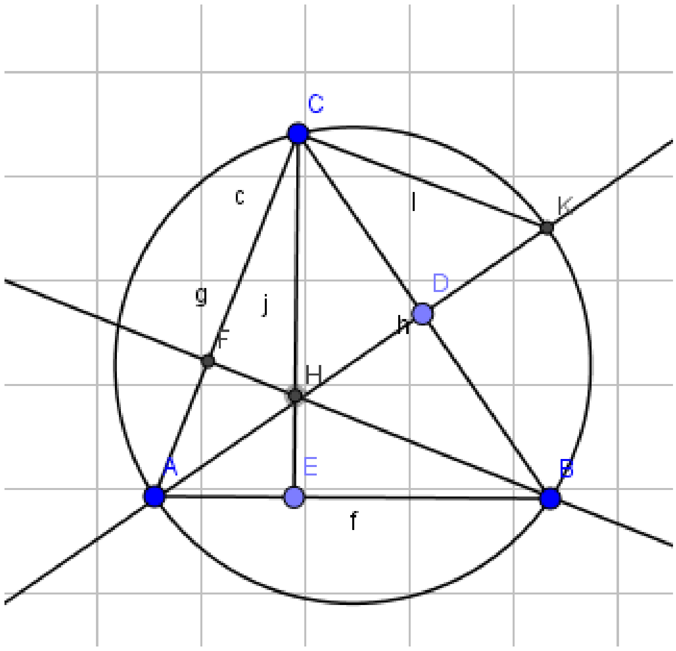
$B\hat{C}K$ sottende l'arco KB
$B\hat{A}D$ sottende l'arco KB $\}\longrightarrow$ $B\hat{C}K \cong B\hat{A}D$

$C\hat{K}D \cong 90° - B\hat{C}K$
$A\hat{H}E \cong 90° - B\hat{A}D$ $\}\longrightarrow$ $C\hat{K}D \cong A\hat{H}E$

$A\hat{H}E \cong C\hat{H}K$ perchè opposti al vertice →(transit.)[$C\hat{H}D$] $\cong C\hat{K}D$ →(c. suff. teor. triang. isosc.) $H\overset{\blacktriangle}{C}K$ isoscele

in $H\overset{\blacktriangle}{C}K$ isoscele: $H\hat{C}D \cong 90° - C\hat{H}D$
$B\hat{C}K \cong 90° - C\hat{K}D$ $\}\longrightarrow$ ($H\hat{C}D \cong B\hat{C}K$)

CD è altezza e bisettrice di $\overset{\blacktriangle}{HCK}$ isoscele →(teorema su altezza e bis in tri. isoscele) HD ≅ DK



$$\left.\begin{array}{l} HD \cong DK \\ C\hat{D}H \cong 90° \end{array}\right\} \longrightarrow \quad \text{BC Asse di HK}$$

15)Soluzione proposta da Simona Palazzo, Classe 2°, Liceo Scientifico Majorana-MOLA (BARI)

Hp: ABC è un triangolo acutangolo (1)
ABC è inscritto in $\mathcal{C}$ (2)
AD ⊥ CB (3)
CE ⊥ AB (4)
BF⊥ AC (5)
AD ∩ CE ∩ BF = $\{H\}$ (6)
AD ∩ $\mathcal{C}$= $\{K\}$ (7) [{K,A}]
Th: HD ≅ KD
CD ⊥ HK

Dim:
K$\hat{A}$B ≅ K$\hat{C}$B poiché angoli alla circonferenza che insistono sullo stesso arco.
Nel triangolo HEA rettangolo in $\hat{E}$ per Hp (4), A$\hat{H}$E ≅ 90°- K$\hat{A}$B
Nel triangolo CDK rettangolo in $\hat{D}$ per Hp (3), D$\hat{K}$C ≅ 90°- D$\hat{C}$K

$\xrightarrow{K\hat{A}B \,\cong}$ $A\hat{H}E \cong D\hat{K}C$

A$\hat{H}$E ≅ D$\hat{K}$C per (8)
A$\hat{H}$E ≅ C$\hat{H}$K poiché angoli opposti al vertice
CD ⊥ HK per Hp (3) [non si capisce]

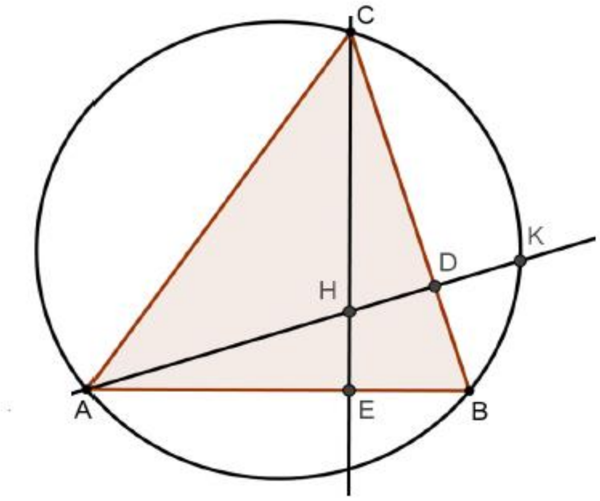
$\xrightarrow{p.}$ C$\hat{H}$K≅ $\hat{K}$ $\xrightarrow{cond.}$ HCK isoscele

Poiché in un triangolo isoscele l'altezza relativa alla base è anche mediana e bisettrice di quest'ultima, HD ≅ DK

16)Soluzione proposta da Vito Pio Laruccia-Classe 2°, Liceo Scientifico Majorana-MOLA (BARI)

Flatlandia - Problema 9-23 novembre 2017

Sia ABC un triangolo acutangolo inscritto in una circonferenza. Detto H il suo ortocentro, prolungare l'altezza AD fino a incontrare in K la circonferenza (K distinto da A).
Provare che la retta BC è l'asse del segmento HK.



Hp: AE ⊥ AB Th: BC ⊥ HK
AD ⊥ BC

[[….]] [si nota la presenza di errori e di una certa confusione]