

ESAMI DI MATURITÀ SCIENTIFICA SPERIMENTALE

PIANO NAZIONALE INFORMATICA

Tema di: MATEMATICA

Il candidato deve svolgere due problemi, scelti tra quelli proposti.

1. In un piano cartesiano ortogonale Oxy si considerino le parabole C e C' di equazione rispettivamente:

$$y - x^2 = 0$$

e

$$y^2 + 8x - 6y - 3 = 0.$$

Si verifichi che C e C' sono tangenti in $A(1,1)$ e che hanno in comune un ulteriore punto B . Detto P un punto della retta AB , sia QQ' la corda intercettata da C sulla parallela per P all'asse delle ascisse, RR' la corda intercettata da C' sulla parallela per P all'asse delle ordinate ed S la proiezione di P sulla retta di equazione $y + 2 = 0$.

Si studi come varia il rapporto:

$$\frac{8 \cdot \overline{PS}^2}{\overline{QQ'} \cdot \overline{RR'}}$$

al variare di P , determinando in particolare il suo valore minimo.

Si calcoli l'area della regione finita di piano delimitata dalle parabole C e C' .

2. In un piano cartesiano ortogonale si indichino con x e y le coordinate di un punto P e con X e Y le coordinate di un punto P' . Si consideri la trasformazione di equazioni:

$$\begin{cases} X = ax + by \\ Y = a'x + b'y \end{cases}$$

tale che al punto A di coordinate $x = 1, y = 1$ corrisponda il punto A' di coordinate $X = 0, Y = 2$ e al punto B di coordinate $x = 1, y = 0$ corrisponda il punto B' di coordinate $X = 1, Y = 0$.

Si studi la trasformazione ottenuta determinando in particolare i punti e le rette che si trasformano rispettivamente in se stessi.

Detto α l'angolo acuto formato dalla retta r di equazione $y = mx$ e dalla sua trasformata r' , si studi come varia la tangente trigonometrica di α al variare della retta r , determinando in particolare il massimo relativo ed il massimo assoluto di $\tan \alpha$.

3. Si desidera fondere due sequenze A e B di numeri interi, non ordinate e con eventuali valori ripetuti, in un'unica sequenza C nella quale compaiono, in ordine crescente e senza ripetizioni, i valori presenti in A e in B.

Il candidato, formulate le eventuali ipotesi aggiuntive che ritiene necessarie, proponga ed illustri una procedura per risolvere il problema e la codifichi in un linguaggio di sua conoscenza.

Durata massima della prova: 5 ore.

È consentito l'uso della calcolatrice tascabile non programmabile.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.