

ESAMI DI MATURITÀ SCIENTIFICA**Tema di: MATEMATICA****Indirizzo: SCIENTIFICO DI ORDINAMENTO**

Fra le seguenti questioni il candidato tratti quelle che ritiene più adeguate alla sua preparazione.

1. La funzione $f(x)$ sia rappresentata da

$$f(x) = \begin{cases} -3x^2 + Hx, & \text{per } x \leq 1 \\ \frac{K}{x^2}, & \text{per } x > 1 \end{cases}$$

Determinare le costanti H e K in modo che la funzione $y = f(x)$ e la sua derivata siano continue in $x = 1$. Rappresentare la funzione così trovata e calcolarne l'integrale definito tra 0 e $+\infty$.

2. Dato un sistema di assi cartesiani ortogonali di centro O , tracciare la circonferenza γ di raggio unitario e centro O .

Detto A il punto di coordinate $(1,0)$, indicare con ϑ l'angolo formato da una generica semiretta uscente dall'origine con il semiasse positivo delle x e con P il punto in cui tale semiretta interseca γ ($\widehat{POA} = \vartheta$). Determinare in funzione di ϑ l'ordinata y del punto Q appartenente al semiasse positivo delle y tale che $\overline{PQ} = 2$.

Descrivere, limitandosi all'uso della derivata prima, la funzione $y = f(\vartheta)$ trovata.

Se P ruota sulla circonferenza γ con velocità angolare costante, il moto di Q quali caratteristiche presenta?

Negli istanti in cui Q ha velocità nulla, P dove si trova?

3. Sia

$$\begin{cases} x = \sin t \\ y = \cos 2t \end{cases}$$

Esprimere y in funzione di x e rappresentare tale funzione che si presenta sotto la forma $y = \pm f(x)$.

Individuare simmetrie e caratteristiche del grafico trovato. Calcolare l'area racchiusa dalla figura trovata. (L'integrale proposto è di facile esecuzione se si pone $\sqrt{1-x^2} = z$).

Durata massima della prova: 5 ore.

È consentito l'uso della calcolatrice tascabile non programmabile.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.