Sessione ordinaria 1994

Seconda prova scritta

ESAMI DI MATURITÁ SCIENTIFICA SPERIMENTALE

PIANO NAZIONALE INFORMATICA

Tema di: MATEMATICA

*La prova richiede lo svolgimento di **due** soli problemi, scelti tra i tre proposti.*

1. Si studi la funzione:

$$f(x) = \sqrt[3]{x^3 + 3x^2}\,.$$

Si tracci, in un piano riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali Oxy, il grafico della curva C di equazione $y = f(x)$ e si scrivano le equazioni delle rette tangenti a C nei suoi punti $(x, f(x))$, per i quali $f(x)$ assume valore estremo relativo, e della tangente nel suo punto di flesso.

Detta r la parallela all'asse delle ascisse passante per il punto P d'intersezione della curva C con il proprio asintoto *a*, si determini il rapporto dei segmenti OR ed OP, essendo O e R le proiezioni su *a* degli ulteriori punti d'intersezione di r con C.

2. Si consideri la trasformazione T che muta i punti $A(1,0), B(0,1), C(-1,0)$ di un piano, riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali Oxy, rispettivamente nei punti $A'(0,1), B'(2,-1), C'(0,-1)$.

Si studi la natura di T e si determinino gli elementi che restano uniti nella trasformazione ed il rapporto tra le aree dei triangoli corrispondenti ABC e $A'B'C'$.

Detta K la circonferenza per i punti A, B, C e P la parabola di equazione $y = -2x^2 + 1$, si dimostri che i loro punti comuni sono vertici di un triangolo equilatero. Si considerino le figure K' e P' ottenute da K e P mediante la trasformazione T e la figura Q' ottenuta trasformando il quadrato Q, circoscritto a K e con i lati paralleli agli assi coordinati.

Avvalendosi della trasformazione T si dica la natura di *K*, P', e C' e si determinino:

a) le coordinate dei punti in cui Q' è tangente a K';
b) le coordinate dei punti d'intersezione di K' e P';
c) l'area delle tre regioni finite di piano delimitate da K' e P'.

3. In un piano riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali Oxy si considerino le linee di equazione:

$$y = x^3 + x^2$$

e

$$y = -2x^2 + 1\,.$$

Si dimostri che le due linee hanno un punto d'intersezione nel primo quadrante con ascissa x_0 appartenente all'intervallo $]0{,}4\,;\ 0{,}8[$.

Avvalendosi di un metodo numerico si determini x_0 con un'approssimazione di 1/100.

Si descriva una procedura che consenta di calcolare i valori approssimati di x_0 con un'approssimazione di 10^{-n} e la si codifichi in un linguaggio di programmazione conosciuto.

Durata massima della prova: 5 ore.
È consentito l'uso della calcolatrice tascabile non programmabile.
Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.