

ESAMI DI MATURITÀ SCIENTIFICA**Tema di: MATEMATICA****Indirizzo: SCIENTIFICO DI ORDINAMENTO***Il candidato scelga a suo piacimento **due** dei seguenti problemi e li risolva:***1.** Considerato il triangolo equilatero ABC, chiamare:

- C', C'' i punti che dividono il lato AB in tre parti congruenti (AC' < AC'');
- A', A'' i punti che dividono il lato BC in tre parti congruenti (BA' < BA'');
- B', B'' i punti che dividono il lato CA in tre parti congruenti (CB' < CB'').

Indicare quindi con:

- L il punto intersezione dei segmenti AA' e BB'';
- M il punto intersezione dei segmenti AA' e CC''
- N il punto intersezione dei segmenti BB' e CC''
- P il punto intersezione dei segmenti BB' e AA''
- Q il punto intersezione dei segmenti CC' e AA''
- R il punto intersezione dei segmenti CC' e BB''

a) Dimostrare, con il metodo che si preferisce, che l'area dell'esagono LMNPQR è 1/10 di quella del triangolo ABC.

b) Ammesso che l'area di tale esagono sia:

$$\frac{9}{10} h^2 \sqrt{3}$$

dove h è una lunghezza assegnata, calcolare il volume del solido generato dall'esagono quando ruota di mezzo giro intorno alla retta NR.

c) Supponendo nota la formula

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$

che fornisce il volume di un solido di rotazione, dimostrare le formule dei volumi di un cono e di un tronco di cono circolari retti.

2. Nel cubo di vertici A, B, C, D, E, F, G, H le facce ABCD e EFGH sono opposte ed i segmenti AE, BF, CG sono spigoli. Inoltre gli spigoli del cubo hanno lunghezza unitaria.Sullo spigolo BF prendere un punto P tale che: $\overline{PB} = x$

a) Verificare che la distanza y di P dalla diagonale AG è espressa dalla seguente funzione:

$$y = \sqrt{\frac{2}{3}(x^2 - x + 1)}$$

b) Di essa disegnare il grafico in un sistema di assi cartesiani ortogonali (Oxy), dopo aver trovato, tra l'altro, le equazioni dei suoi asintoti.

c) Considerato infine il volume del solido generato, in una rotazione completa intorno all'asse x, dalla regione piana delimitata da tale grafico, dagli assi di riferimento e dalla retta $x=h$ (con $h>0$),

calcolare per quale valore di h questo volume è $\frac{16}{9}\pi$.

3. In un piano, riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali (Oxy), è assegnata la curva K di equazione:

$$y = \sin x + \frac{1}{4 \sin x}, \quad \text{con } -\pi < x < \pi$$

a) Disegnarne l'andamento e stabilire, in particolare, se la curva ha flessi.

b) Calcolare l'area della regione piana delimitata da K e dalla retta di equazione $y=1$.

N.B. Per il calcolo di una primitiva della funzione $1/\sin x$ si suggerisce di porre $\operatorname{tg}(x/2) = t$.

Durata massima della prova: 5 ore.

È consentito l'uso della calcolatrice tascabile non programmabile.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.