

ESAMI DI MATURITÀ SCIENTIFICA SPERIMENTALE

PIANO NAZIONALE INFORMATICA

Tema di: MATEMATICA

La prova consiste nello svolgimento di due soli quesiti, scelti tra quelli proposti.

1. In un piano riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali Oxy è dato il $A_0(1,0)$.

Si costruisca il triangolo rettangolo OA_0A_1 avente il vertice A_1 sull'asse delle ordinate e sia α l'angolo $\widehat{OA_0A_1}$. Si conduca per A_1 la perpendicolare alla retta A_0A_1 che incontra l'asse delle ascisse in A_2 ; si conduca per A_2 la perpendicolare alla retta A_1A_2 che incontra l'asse delle ordinate in A_3 e così via, ottenendo una spezzata $A_0A_1A_2A_3\dots A_{n-1}A_n$, i cui vertici di indice dispari appartengono all'asse delle ordinate e quelli di indice pari all'asse delle ascisse.

Il candidato;

a) dimostri che le lunghezze dei lati della spezzata sono in progressione geometrica calcoli la lunghezza l_n della spezzata (la somma dei primi n termini di una progressione geometrica di primo

termine a_0 e ragione q è $s_n = a_0 \frac{1-q^n}{1-q}$);

b) determini il limite di l_n al tendere di n all'infinito distinguendo i due casi:

$$1) \quad \alpha < \frac{\pi}{4}, \quad 2) \quad \alpha \geq \frac{\pi}{4}$$

e verificando che nel caso 1) detto limite assume valore finito $l(\alpha)$;

c) Studi in detto caso, come varia $l(\alpha)$ al variare di α .

d) descriva una procedura che, con riferimento alla definizione di progressione geometrica, consenta di calcolare la lunghezza l_n della spezzata $A_0A_1A_2A_3\dots A_{n-1}A_n$ e la codifichi in un linguaggio di programmazione conosciuto.

2. In un piano riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali Oxy si consideri la parabola Γ di equazione

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x$$

e sia P il punto di Γ di ascissa λ .

Il candidato:

- scriva l'equazione della parabola passante per l'origine O e avente il vertice nel punto P ;
- determini l'equazione della curva Σ , luogo geometrico del fuoco della parabola al variare di λ ;
- tracci il grafico della curva Σ individuandone in particolare il flesso F ;
- detta r la retta per F e per il punto A , di ascissa -1 , della curva Σ , calcoli l'area della regione finita di piano delimitata da Σ ed r ;
- dica l'errore relativo che si commette assumendo come area di detta regione quella del triangolo inscritto OFA .

3. Nella tabella seguente sono riportati i dati di un'indagine campionaria, relativamente ad alcune regioni e al 1990, sulla distribuzione delle abitazioni secondo la superficie abitata (area espressa in metri quadrati):

Regione/Superficie	50-95 mq	96-110 mq	111-130 mq	131-200 mq
Liguria	130	11	6	5
Campania	362	1805	105	122
Sicilia	1068	430	203	149

Il candidato:

- stimi la superficie media abitata nelle tre regioni e la deviazione standard delle stime, assumendo come valore rappresentativo di ogni classe il valore medio;
- rappresenti mediante diagrammi opportuni le distribuzioni marginali, rispettivamente per regione e per superficie;
- verifichi l'ipotesi:
 H_0 : non c'è differenza significativa (5%) tra le medie delle superfici nelle diverse regioni;
- verifichi l'ipotesi:
 H_0 : non c'è differenza significativa (5%) tra le distribuzioni relative alle diverse regioni.

Durata massima della prova: 5 ore.

È consentito l'uso della calcolatrice tascabile non programmabile.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.