

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO****CORSO SPERIMENTALE - P.N.I.****Tema di: MATEMATICA**

*Il candidato scelga a suo piacimento due dei seguenti problemi e li risolva:*

1. Sia  $f(x)$  una funzione reale di variabile reale tale che valgano le seguenti condizioni:

$$f(x_0) > 0, f'(x_0) > 0, f''(x_0) = 0,$$

dove  $x_0$  è un particolare valore reale.

- Spiegare perché tali condizioni non sono sufficienti a determinare l'andamento di  $f(x)$  in un intorno di  $x_0$ .
- Trovare almeno tre funzioni polinomiali  $f(x)$ , di grado superiore al 1°, aventi andamenti diversi in  $x_0 = 0$ , tali che:

$$f(0) = 1, f'(0) = 1, f''(0) = 0.$$

- Determinare, se possibile, tutte le rette tangenti ai grafici delle funzioni trovate e parallele alla retta di equazione  $y = x + 1$ .
- A completamento del problema dimostrare la formula che esprime la derivata, rispetto ad  $x$ , della funzione  $x^n$ , dove  $n$  è un intero qualsiasi non nullo.

2. Nel piano, riferito ad un sistema monometrico di assi cartesiani ortogonali (Oxy), sono assegnati i punti: A(0, 2), B(1, 1), C(1, 0).

- Trovare l'equazione della circonferenza  $\gamma$  inscritta nel triangolo OAB.
- Determinare le equazioni dell'affinità  $\alpha$  che ha come punti uniti i punti O e C e trasforma il punto B nel punto A.
- Calcolare l'area del triangolo CAA', dove A' è il punto trasformato di A nell'affinità  $\alpha$ .
- Stabilire se l'affinità  $\alpha$  ha altri punti uniti, oltre ad O e C, e trovare le sue rette unite.
- Stabilire quali, fra le rette unite trovate, risultano tangenti o esterne a  $\gamma$ .

3. Assegnata la funzione:  $f(x) = a \log^2 x + b \log x$  dove il logaritmo si intende in base  $e$ , il candidato:

- a) determini per quali valori di  $a$  e  $b$  la  $f(x)$  ha un minimo relativo nel punto  $(\sqrt{e}; -\frac{1}{4})$
- b) disegni la curva grafico della  $f(x)$  per i valori di  $a$  e di  $b$  così ottenuti e calcoli l'area della regione finita da essa delimitata con l'asse  $x$ .
- c) Calcoli infine la probabilità che lanciando un dado cinque volte, esca per tre volte lo stesso numero.

---

Durata massima della prova: 5 ore.

È consentito l'uso della calcolatrice tascabile non programmabile.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.