

Esame di Stato Liceo Scientifico PNI
Prova di Matematica PNI - 22 giugno 2006
Soluzione del QUESTIONARIO
a cura di Luigi Tomasi (luigi.tomasi@libero.it)

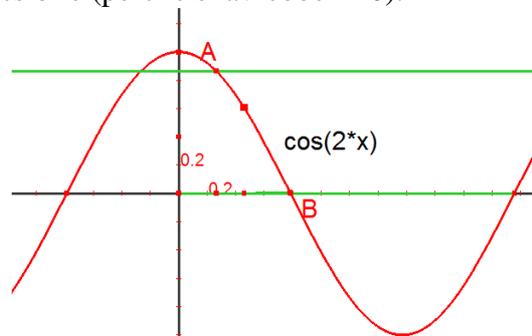
QUESITO 6

L'equazione risolvente un dato problema è: $k \cos 2x - 5k + 2 = 0$ dove k è un parametro reale e x ha le seguenti limitazioni: $15^\circ < x < 45^\circ$. Si discuta per quali valori di k le radici dell'equazione siano soluzioni del problema.

Questo quesito si riferisce ad un problema parametrico. Si può risolvere usando grafici di funzioni, scrivendo l'equazione nel seguente modo, ponendo $k \neq 0$:

$$\cos 2x = \frac{5k - 2}{k}.$$

Se $k = 0$ l'equazione è impossibile (perché si avrebbe $2=0$).



Si può interpretare come un sistema tra un arco della curva $y = \cos 2x$ e un fascio di rette parallele all'asse x , di equazione

$$y = \frac{5k - 2}{k}.$$

Si ottiene quindi il sistema:

$$\begin{cases} y = \frac{5k - 2}{k} \\ y = \cos(2x) \\ \frac{\pi}{12} < x < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

Si ha $\cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ e $\cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{4}\right) = 0$. Si ottengono i punti sulla curva $A\left(\frac{\pi}{12}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ e $B\left(\frac{\pi}{4}; 0\right)$.

Ogni retta parallela all'asse x , di equazione $y=k$, interseca l'arco AB in uno ed un sol punto per ogni valore di k , con $\frac{2}{5} < k < \frac{10 + 4\sqrt{3}}{87}$. Infatti la retta passante di equazione $y=k$ passa per il punto B se

$\frac{5k - 2}{k} = 0$, che fornisce $k = \frac{2}{5}$; passa invece per il punto A se $\frac{5k - 2}{k} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, che fornisce

$$k = \frac{4}{10 - \sqrt{3}} = \frac{4(10 + \sqrt{3})}{97}.$$