

Esame di Stato Liceo Scientifico PNI
Prova di Matematica Ordinamento - 22 giugno 2006
Soluzione del QUESTIONARIO
a cura di Luigi Tomasi (luigi.tomasi@libero.it)

QUESITO 10

La funzione $f(x) = a \sin x + b \cos x$ ha un estremo relativo per $x = \frac{4\pi}{3}$ ed è $f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 1$. Si trovino a e b e si dica quale è il periodo di $f(x)$.

Il quesito può essere risolto in modo elementare oppure tramite l'uso delle derivate. Con l'uso delle derivate, si ha:

$$f'(x) = a \cos x - b \sin x$$

Si risolve poi il seguente sistema:

$$\begin{cases} f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 1 \\ f'\left(\frac{4\pi}{3}\right) = 0 \end{cases}$$

ovvero:

$$\begin{cases} a\sqrt{3} - b = 2 \\ a - b\sqrt{3} = 0 \end{cases}$$

che fornisce $a = \sqrt{3}$ e $b = 1$.

La funzione ha quindi l'espressione

$$f(x) = \sqrt{3} \sin x + \cos x$$

che si può anche scrivere nel seguente modo:

$$f(x) = 2 \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right).$$

Questa funzione ha periodo $T = 2\pi$, ampiezza $a = 2$ ed è traslata, rispetto alla cosinusoide $\cos x$, di $\frac{\pi}{3}$ verso "destra".

