

Esame di Stato Liceo Scientifico
Prova di Matematica di ordinamento - 21 giugno 2007
Soluzione del QUESTIONARIO
a cura di Luigi Tomasi (luigi.tomasi@libero.it)

QUESITO 3

Si determini, al variare di k , il numero delle soluzioni reali dell'equazione:

$$x^3 - x^2 - k + 1 = 0$$

L'equazione data può essere scritta nella forma:

$$x^3 - x^2 = k - 1$$

che si può risolvere tramite il sistema

$$\begin{cases} y = x^3 - x^2 \\ y = k - 1 \end{cases}$$

La cubica $y = x^3 - x^2$ è facile da studiare e da disegnare. La derivata prima è $y' = 3x^2 - 2x$. Il massimo si ha per $x = 0$ e il minimo relativo $x = \frac{2}{3}$. Il minimo relativo vale $f\left(\frac{2}{3}\right) = -\frac{4}{27}$.

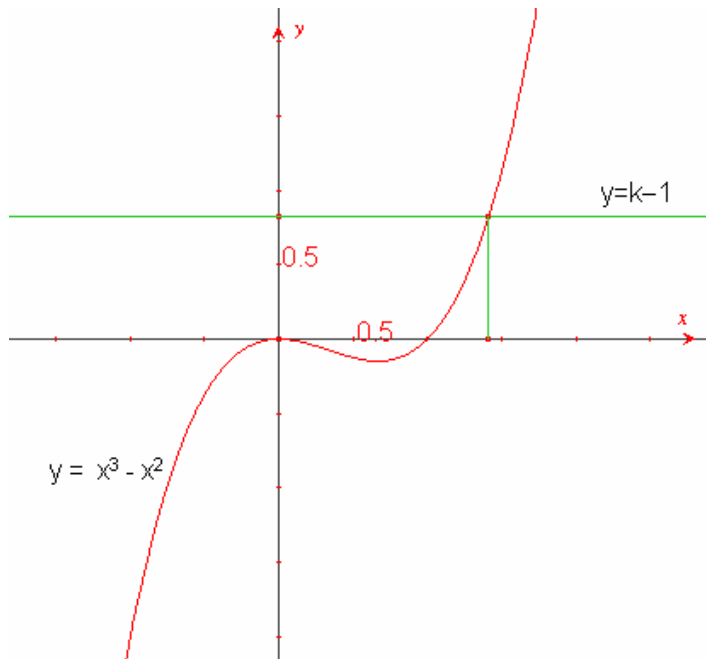


Figura 1

Si conclude che l'equazione ammette una soluzione per $k > 1$ oppure per $k < \frac{23}{27}$. Per $\frac{23}{27} \leq k \leq 1$, l'equazione ammette tre soluzioni (con due di esse eventualmente coincidenti per i valori estremi, ossia per $k = 1$ e per $k = \frac{23}{27}$).