

**Esame di Stato Liceo Scientifico**  
**Prova di Matematica di ordinamento - 21 giugno 2007**  
**Soluzione del QUESTIONARIO**  
a cura di Luigi Tomasi ([luigi.tomasi@libero.it](mailto:luigi.tomasi@libero.it))

**QUESITO 3**

Si dimostri che l'insieme delle omotetie di centro O fissato è un gruppo.

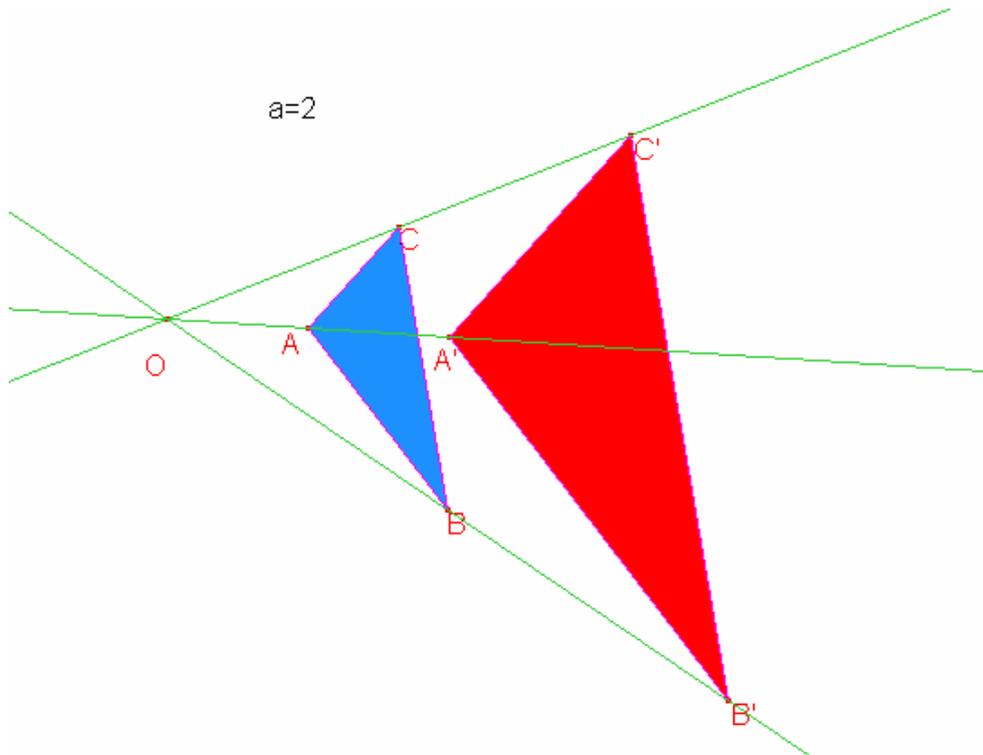


Figura 1

Ricordiamo la definizione di omotetia (del piano):  
dato un punto O e un numero reale  $a$  non nullo, un'omotetia è una trasformazione del piano in sé  
che ad un generico punto P fa corrispondere un punto P' in modo che  $\overrightarrow{OP'} = a \overrightarrow{OP}$ .

La composizione di due omotetie di centro O è ancora un'omotetia di centro O e di rapporto il  
prodotto dei due rapporti di omotetia.

Valgono le seguenti proprietà:

1. vale la proprietà associativa, ossia, date tre generiche omotetie di centro O, si ha  
$$\sigma_1 \circ (\sigma_2 \circ \sigma_3) = (\sigma_1 \circ \sigma_2) \circ \sigma_3$$
2. esiste l'elemento neutro (omotetia di rapporto  $a=1$ , che è l'identità).
3. ogni omotetia di rapporto  $a$ , ammette un'omotetia inversa di rapporto  $\frac{1}{a}$ .