

QUESITO 3

Un solido ha per base un cerchio di raggio 1. Ogni sezione del solido ottenuta con un piano perpendicolare ad un prefissato diametro è un triangolo equilatero. Si calcoli il volume del solido.

Usando il metodo delle “fette”, indichiamo con AB un diametro (asse x) e con PQ il segmento perpendicolare ad AB nel punto H. PQ è il lato di un triangolo equilatero che giace in un piano perpendicolare al piano Oxy.

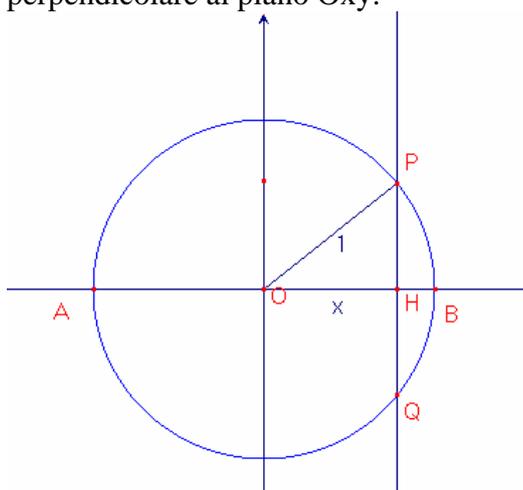


Figura 1

Si ottiene che la metà del lato del triangolo equilatero sezione è $\sqrt{1-x^2}$ e quindi l'area del triangolo equilatero sezione è data da:

$$A(x) = \frac{1}{2} 2\sqrt{1-x^2} 2\sqrt{1-x^2} \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}(1-x^2)$$

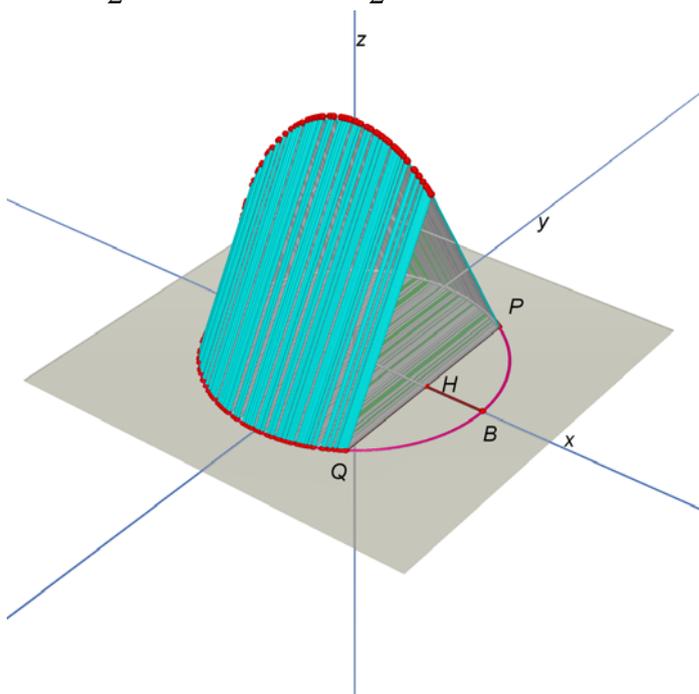


Figura 2

Il solido generato (vedi figura 2) è formato da due “unghie” cilindriche simmetriche rispetto al piano Oxz . La curva descritta dai vertici dei triangoli equilateri di questo solido è una semiellisse. Per determinare il volume si calcola il seguente integrale:

$$V = 2 \int_0^1 \sqrt{3}(1-x^2) dx = 2\sqrt{3} \int_0^1 (1-x^2) dx = 2\sqrt{3} \left[x - \frac{x^3}{3} \right]_0^1 = \frac{4}{3}\sqrt{3}.$$

Giudizio

Livello di difficoltà: abbastanza difficile (soprattutto da visualizzare).

Non è in programma normalmente (metodo delle “fette”)

Normalmente non si fa.

Non è sempre presente nei libri di testo

Controlla conoscenze non fondamentali

Ben formulato.