

QUESITO 7

Perché è geometria “non” euclidea? Che cosa e come viene negato della geometria euclidea? Si illustri la questione con gli esempi che si ritengono più adeguati.

Nelle geometrie non-euclidee viene negato il “V postulato” di Euclide.

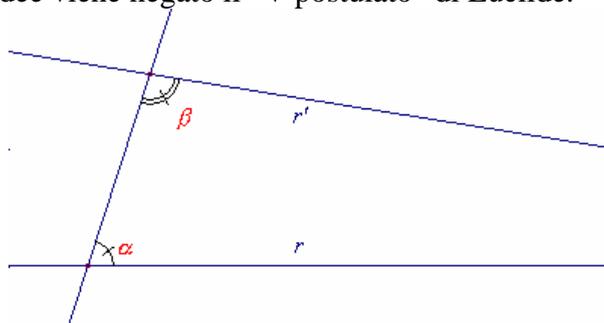


Figura 1

Enunciato del V postulato di Euclide:

Postulato V. Se [in un piano] una retta, intersecando altre due rette, forma con esse, da una medesima parte, angoli alterni la cui somma è minore di due angoli retti, allora queste due rette indefinitamente prolungate finiscono con l'incontrarsi dalla parte detta.

Una formulazione diversa (dovuta a Proclo, V sec. d. C.) di questo postulato è la seguente:

“dati nel piano una retta r ed un punto P , per il punto P si può condurre una ed una sola retta parallela a quella data”.

Se si nega questo postulato si ottengono delle altre geometrie, dette appunto “non-euclidee”.

La negazione si può fare in due modi:

- negando l'unicità della parallela ad una retta data passante per un punto: per un punto P passano infinite parallele alla retta data. In questo caso si ottiene una geometria non euclidea di tipo *iperbolico* (Saccheri, Bolyai, Lobacevskij). In questa geometria, se si considera un triangolo, la somma degli angoli è sempre minore di un angolo piatto. Un famoso modello di questa geometria è stato dato da Eugenio Beltrami e successivamente da Henri Poincaré.
- negando l'esistenza stessa di una parallela alla retta r passante per il punto P ; in questo caso si ottiene un tipo di geometria non euclidea che viene detta *ellittica* (Riemann). In questa geometria la somma degli angoli di un triangolo è sempre maggiore di un angolo piatto. Un modello di geometria ellittica si ottiene se si considera una superficie sferica e su di essa si considerano come “rette” le circonferenze massime.

Per riportare degli esempi

- si può considerare il modello del “disco” di Poincaré (in cui esistono infinite “rette” parallele ad una retta data); in questo modello della geometria iperbolica le “rette” sono archi di circonferenza (privati degli estremi), ortogonali al cerchio “limite”, con gli estremi appartenenti al cerchio limite.
- la geometria della sfera in cui per un “punto” dato non esiste alcuna retta parallela ad una “retta” data. In questo modello della geometria ellittica le rette sono circonferenze massime sulla superficie della sfera (in cui si identificano punti diametralmente opposti).

Giudizio:

Livello di difficoltà: difficile.

E' ai confini del programma PNI.

Normalmente questo argomento non si riesce a svolgere.

E' presente nei libri di testo, ma svolto in modo poco soddisfacente.

Controlla conoscenze non fondamentali.

Formulato in modo pessimo; la domanda iniziale è poco chiara perché manca il soggetto (è "saltato" qualcosa?).