

Esame di Stato Liceo Scientifico

Prova di Matematica - corso di Ordinamento - 26 giugno 2009

Soluzione del QUESTIONARIO (a cura di Luigi Tomasi)

QUESITO 5

Si considerino le seguenti espressioni

$$\frac{0}{1}; \frac{0}{0}; \frac{1}{0}; 0^0$$

A quali di esse è possibile attribuire un valore numerico? Si motivi la risposta.

Ragioniamo nell'insieme dei numeri reali, con le operazioni solite (addizione e moltiplicazione).

La prima espressione $\frac{0}{1}$ ha significato e il risultato è ovviamente 0.

La seconda espressione $\frac{0}{0}$ non ha significato, perché se si decidesse di dare un significato a questa espressione, in base alla definizione di divisione, il risultato sarebbe un qualunque numero reale. Dal momento che il risultato di un'operazione deve essere unico, non si accetta questa divisione. Nella teoria dei limiti di funzioni reali di variabile reale (o delle successioni) questo simbolo lo si accetta per alludere alla forma indeterminata omonima (limite del rapporto tra due funzioni infinitesime).

Il terzo simbolo $\frac{1}{0}$ non ha significato e non è possibile dare un significato a questa scrittura. Dovrebbe esistere infatti un numero che moltiplicato per 0 dia come risultato 1, il che è impossibile. Nella teoria dei limiti di funzione reale di una variabile reale (o delle successioni) l'espressione $\frac{1}{0}$ allude ad uno dei casi che si presenta nel limite del rapporto; questo limite è $+\infty$ oppure $-\infty$.

Anche all'ultima espressione (0^0) non è possibile dare alcun significato; è un'espressione alla quale non si attribuisce significato. Nella teoria dei limiti di funzione reale di una variabile reale (o delle successioni) rappresenta una forma indeterminata riconducibile alla forma indeterminata " $0 \cdot \infty$ " utilizzando la definizione di logaritmo.

Commento:

Livello di difficoltà: alto.

E' in programma, ma in modo non chiaro.

Normalmente si fa, ma senza approfondire troppo.

E' un argomento presente nei libri di testo, ma in modo poco evidente.

Controlla conoscenze fondamentali.

Formulato in modo accettabile.

Non si capisce quale possa essere la risposta attesa.