

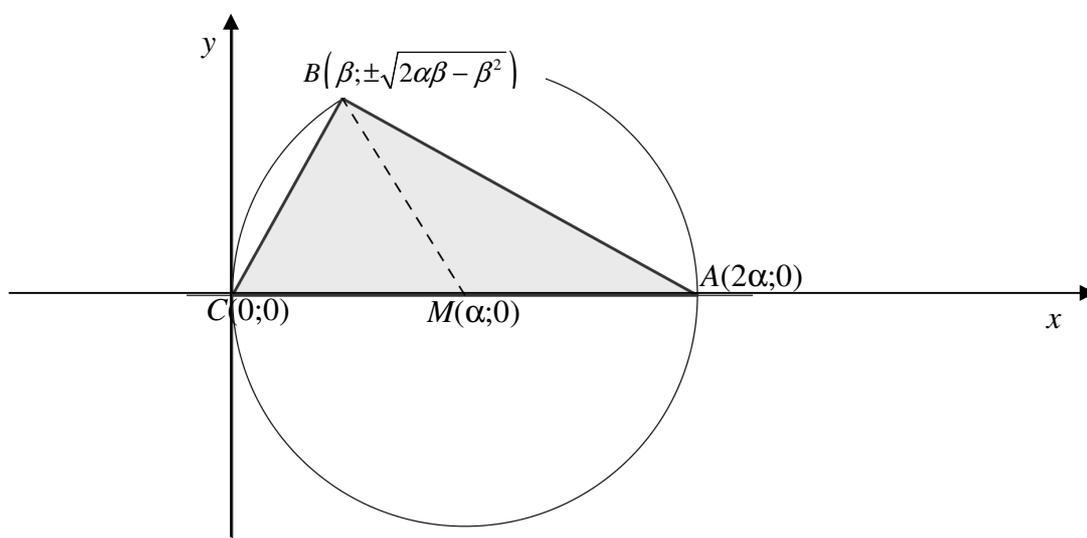
QUESITO 9

GEOMETRICAMENTE (da preferire)

Il luogo dei punti dello spazio equidistanti da due punti è il piano perpendicolare al segmento che ha per estremi quei due punti e passante per il suo punto medio.

L'intersezione dei 3 piani equidistanti dai punti A, B e C (vertici di un triangolo rettangolo ABC) è perciò la retta perpendicolare al piano del triangolo passante per il suo circocentro (che si trova nel punto medio dell'ipotenusa).

GEOMETRIA ANALITICA DELLO SPAZIO (non in programma)



Sia ABC un triangolo rettangolo di vertici $C(0;0)$, $A(2\alpha;0)$ e B appartenente alla circonferenza di centro $M(\alpha;0)$ e raggio $\alpha \Rightarrow (x - \alpha)^2 + (y - 0)^2 = \alpha^2 \Rightarrow x^2 - 2\alpha x + \alpha^2 + y^2 = \alpha^2$, da cui $B(\beta; \pm\sqrt{2\alpha\beta - \beta^2})$, con $0 \leq \beta \leq 2\alpha$.

Un qualsiasi punto P dello spazio appartenente alla retta perpendicolare al piano del triangolo ABC e passante per il punto medio M dell'ipotenusa (circocentro del triangolo ABC) ha coordinate $P(\alpha; 0; z)$, $z \in R$. Si deve dimostrare che P è equidistante dai tre punti A, B, C .

La formula della distanza tra due punti $R(x_1; y_1; z_1)$ ed $S(x_2; y_2; z_2)$ nello spazio è:

$$\overline{RS} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}, \text{ quindi:}$$

$$\overline{AP} = \sqrt{(\alpha - 2\alpha)^2 + (0 - 0)^2 + (z - 0)^2} = \sqrt{\alpha^2 + z^2}$$

$$\overline{BP} = \sqrt{(\alpha - \beta)^2 + (0 \mp \sqrt{2\alpha\beta - \beta^2})^2 + (z - 0)^2} = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta + 2\alpha\beta - \beta^2 + z^2} = \sqrt{\alpha^2 + z^2}$$

$$\overline{CP} = \sqrt{(\alpha - 0)^2 + (0 - 0)^2 + (z - 0)^2} = \sqrt{\alpha^2 + z^2}$$

Quindi $AP = BP = CP$.

Ma è vero anche il viceversa. Se $AP = BP = CP$, allora intersecando le tre sfere di centri A, B, C, e aventi lo stesso raggio, si ottiene un punto P , che appartiene alla retta perpendicolare al piano di A, B, C e passante per M.

Quindi questa retta è il luogo geometrico dei punti dello spazio equidistanti da A, B e C.

Livello di difficoltà:	<input type="checkbox"/> basso	<input type="checkbox"/> medio	<input checked="" type="checkbox"/> alto
E' in programma?	<input type="checkbox"/> si	<input checked="" type="checkbox"/> no	<input type="checkbox"/> non si fa
Normalmente si fa a scuola?	<input type="checkbox"/> si	<input checked="" type="checkbox"/> no	<input type="checkbox"/> non sempre
E' un argomento presente nei libri di testo?	<input type="checkbox"/> si	<input type="checkbox"/> mai	<input checked="" type="checkbox"/> non sempre
Controlla una conoscenza / abilità / competenza fondamentale?	<input type="checkbox"/> si		<input checked="" type="checkbox"/> no
Formulazione	<input type="checkbox"/> molto chiara	<input checked="" type="checkbox"/> corretta	<input type="checkbox"/> poco chiara
		<input type="checkbox"/> ambigua	<input type="checkbox"/> scorretta