

Esame di Stato Liceo Scientifico

Prova di Matematica - Corso di Ordinamento - 21 giugno 2012

Soluzione del QUESTIONARIO (a cura di S. De Stefani)

QUESITO 2

2. Si illustri il significato di *asintoto* e si fornisca un esempio di funzione $f(x)$ il cui grafico presenti un asintoto orizzontale e due asintoti verticali.

Il termine **asintoto** (dal greco *a-sym-ptōtos*, con *a-* valore privativo, *sym-*, "con", e *ptōtos*, aggettivo che connota "ciò che cade" - *sym-ptōtos* descrive ciò che "cade assieme", ovvero ciò che "interseca", e *a-sym-ptōtos* etimologicamente descrive "ciò che non interseca") è utilizzato per denotare una retta a cui "si avvicina indefinitamente" una funzione data. Si dice che una retta è asintoto per la funzione f se, comunque si fissi una distanza minima, esiste un tratto non limitato di f che dista dall'asintoto meno della distanza minima fissata.

In particolare,

Si dice che la retta $x = c$ è **asintoto verticale** per la funzione $y = f(x)$ se c è un punto singolare in cui si ha:

$$\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = \infty \quad \text{oppure} \quad \lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = \infty$$

Si dice che la retta $y = l$ è **asintoto orizzontale** per la funzione $y = f(x)$ se si verifica almeno una delle seguenti condizioni:

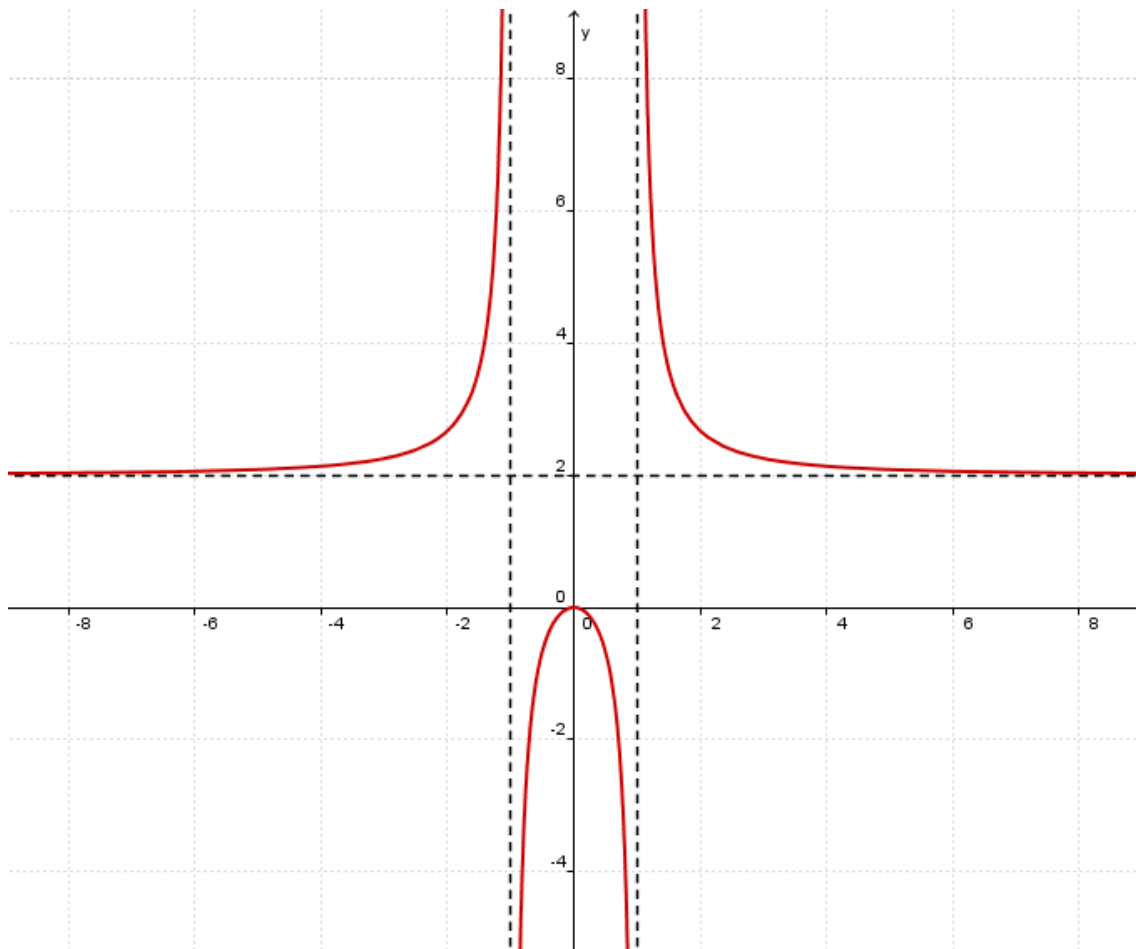
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = l \quad \text{oppure} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = l$$

Si dice che la retta $y = mx + q$ è **asintoto obliquo** per la funzione $y = f(x)$ se si verificano le seguenti condizioni:

- I. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$
- II. esiste ed è finito e non nullo: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = m \quad (m \neq 0)$
- III. esiste ed è finito: $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - mx] = q$

Ad esempio, la funzione $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 1}$ presenta:

- due asintoti verticali di equazioni $x = -1$ e $x = 1$
- un asintoto orizzontale di equazione $y = 2$.



Livello di difficoltà:	<input checked="" type="checkbox"/> basso	<input type="checkbox"/> medio	<input type="checkbox"/> alto		
E' in programma?	<input checked="" type="checkbox"/> sì	<input type="checkbox"/> no	<input type="checkbox"/> di solito non si fa		
Normalmente si fa a scuola?	<input checked="" type="checkbox"/> sì	<input type="checkbox"/> no	<input type="checkbox"/> non sempre		
E' un argomento presente nei libri di testo?	<input checked="" type="checkbox"/> sì	<input type="checkbox"/> no	<input type="checkbox"/> non sempre		
Controlla conoscenze / abilità / competenze fondamentali?	<input checked="" type="checkbox"/> sì	<input type="checkbox"/> no			
Formulazione	<input type="checkbox"/> molto chiara	<input type="checkbox"/> corretta	<input type="checkbox"/> poco chiara	<input checked="" type="checkbox"/> ambigua	<input type="checkbox"/> scorretta