

Esame di Stato - Liceo Scientifico
Prova scritta di Matematica - 18 giugno 2015

QUESTIONARIO

Quesito 7

Soluzione a cura di L. Tomasi

7. Detta $A(n)$ l'area del poligono regolare di n lati inscritto in un cerchio C di raggio r , verificare che $A(n) = \frac{n}{2} r^2 \operatorname{sen} \frac{2\pi}{n}$ e calcolarne il limite per $n \rightarrow \infty$.

Dato un poligono regolare di n lati, lo possiamo scomporre in n triangoli isosceli, ciascuno di area

$$A = \frac{1}{2} r^2 \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi}{n} \right)$$

Quindi l'area del poligono regolare sarà

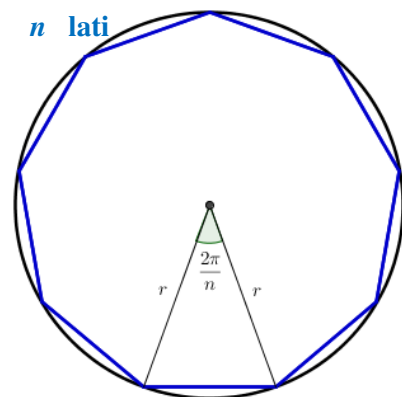
$$A(n) = n \cdot \frac{1}{2} r^2 \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi}{n} \right).$$

Il limite per $n \rightarrow \infty$ è dato dall'area del cerchio di raggio r .

Il calcolo è il seguente:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} A(n) = \lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \frac{1}{2} r^2 \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi}{n} \right) = \frac{1}{2} r^2 \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} 2\pi \frac{\operatorname{sen} \left(\frac{2\pi}{n} \right)}{\frac{2\pi}{n}} = \pi r^2 \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\operatorname{sen} \left(\frac{2\pi}{n} \right)}{\frac{2\pi}{n}} = \pi r^2.$$

Si noti che posto $\frac{2\pi}{n} = t$, il limite $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\operatorname{sen} \left(\frac{2\pi}{n} \right)}{\frac{2\pi}{n}}$ diventa il limite notevole $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} t}{t}$.



Giudizio sul quesito

Livello di difficoltà	<input type="checkbox"/> Basso	<input checked="" type="checkbox"/> Medio	<input type="checkbox"/> Alto		
L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali per i Licei Scientifici?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì	<input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Non è esplicitato/Non è chiaro		
Di solito, viene svolto?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì	<input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Non sempre		
È un argomento presente nei libri di testo?	<input type="checkbox"/> Mai	<input type="checkbox"/> Non sempre	<input checked="" type="checkbox"/> Sempre		
Formulazione:	<input type="checkbox"/> Scorretta	<input type="checkbox"/> Ambigua	<input type="checkbox"/> Poco chiara	<input type="checkbox"/> Corretta	<input checked="" type="checkbox"/> Molto chiara
Verifica conoscenze/abilità/competenze fondamentali?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No		