

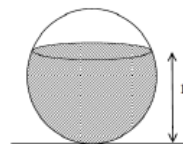
Esame di Stato - Liceo Scientifico
Prova scritta di Matematica - 23 giugno 2016

Questionario

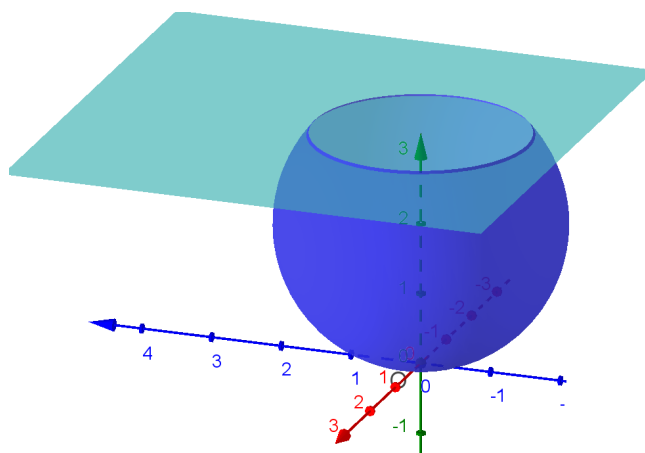
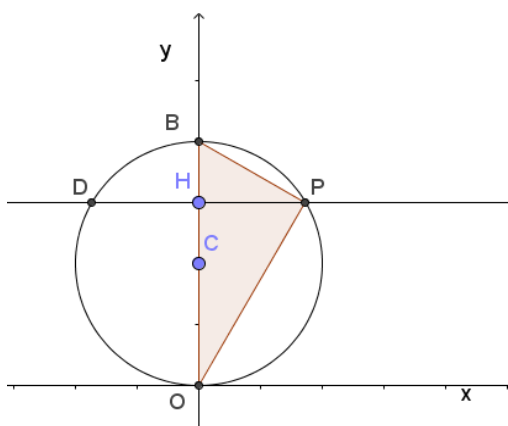
Quesito 3

Soluzione a cura di L. Tomasi

3. Un recipiente sferico con raggio interno r è riempito con un liquido fino all'altezza h . Utilizzando il calcolo integrale, dimostrare che il volume del liquido è dato da: $V = \pi \cdot \left(rh^2 - \frac{h^3}{3} \right)$.



Considero l'equazione della circonferenza di centro $C(0, r)$ e raggio r . Avrà equazione $x^2 + (y - r)^2 = r^2$ (vedi la prima figura).



Otengo:

$$x^2 = r^2 - (y - r)^2$$

Ovvero, scegliendo la x in funzione di y (con $x \geq 0$)

$$x = \sqrt{2ry - y^2}$$

che è la misura del segmento HP .

Il volume del liquido di altezza h all'interno del recipiente sferico è dato dal seguente integrale (metodo delle sezioni normali; si pensa come sezione del liquido un cerchio di centro H e di raggio HP , che giace in un piano perpendicolare all'asse y e passante per P):

$$V(h) = \int_0^h \pi \left(\sqrt{2ry - y^2} \right)^2 dy = \pi \int_0^h (2ry - y^2) dy = \pi \left[ry^2 - \frac{y^3}{3} \right]_0^h = \pi \left(rh^2 - \frac{h^3}{3} \right).$$

Giudizio sul quesito

Livello di difficoltà:	<input type="checkbox"/> Basso	<input checked="" type="checkbox"/> Medio	<input type="checkbox"/> Alto
L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali per i Licei Scientifici?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì	<input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Non è esplicitato/Non è chiaro
Di solito, viene svolto?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì	<input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Non sempre

È un argomento presente nei libri di testo?	<input type="checkbox"/> Mai	<input type="checkbox"/> Non sempre	<input checked="" type="checkbox"/> Sempre		
Formulazione	<input type="checkbox"/> Scorretta	<input type="checkbox"/> Ambigua	<input type="checkbox"/> Poco chiara	<input checked="" type="checkbox"/> Corretta	<input type="checkbox"/> Molto chiara
Il quesito verifica conoscenze/abilità/competenze fondamentali?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> Solo parzialmente	<input type="checkbox"/> No	