

Esame di Stato - Liceo Scientifico
Prova scritta di Matematica – 22 giugno 2017

QUESTIONARIO

Quesito 6

Soluzione a cura di Sara De Stefani e Luigi Tomasi

6. Determinare il numero reale a in modo che il valore di

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) - x}{x^a}$$

sia un numero reale non nullo.

Se $a \leq 0 \rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x^a} = 0$, dunque $a > 0$. Si ha:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x^a} = \left[\frac{0}{0} F.I. \right] \quad D.H. = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{ax^{a-1}} = \left[\frac{0}{0} F.I. \right] \quad D.H. =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\sin x}{a(a-1)x^{a-2}} = \left[\frac{0}{0} F.I. \right] \quad D.H. = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\cos x}{a(a-1)(a-2)x^{a-3}},$$

numero reale non nullo se e solo se $a = 3$.

$$\text{Si ha infatti } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x^3} = \left[\frac{0}{0} F.I. \right] \stackrel{D.H.}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{3x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(-\frac{1}{3} \cdot \frac{(1 - \cos x)}{x^2} \right) = -\frac{1}{6}.$$

$$\text{Se } a < 3 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\cos x}{a(a-1)(a-2)x^{a-3}} = 0; \quad \text{se } a > 3 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\cos x}{a(a-1)(a-2)x^{a-3}} = \infty.$$

Giudizio sul quesito

Livello di difficoltà	<input type="checkbox"/> Basso		<input checked="" type="checkbox"/> Medio		<input type="checkbox"/> Alto	
Si tratta di un problema contestualizzato	<input checked="" type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> In modo forzato		<input type="checkbox"/> In modo accettabile		<input type="checkbox"/> Ben contestualizzato
L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali per i Licei Scientifici?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non è esplicitato / Non è chiaro	
Di solito, viene svolto?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non sempre	
È un argomento presente nei libri di testo?	<input type="checkbox"/> Mai		<input type="checkbox"/> Non sempre		<input checked="" type="checkbox"/> Sempre	
Formulazione	<input type="checkbox"/> Scorretta	<input type="checkbox"/> Ambigua	<input type="checkbox"/> Poco chiara		<input checked="" type="checkbox"/> Corretta	<input type="checkbox"/> Molto chiara
Verifica conoscenze / abilità/ competenze fondamentali?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> Solo parzialmente		<input type="checkbox"/> No	
Per la risoluzione del problema è utile usare una calcolatrice grafica?	<input type="checkbox"/> Sì			<input checked="" type="checkbox"/> No		