

Esame di Stato - Liceo Scientifico
Prova scritta di Matematica - 21 giugno 2018

QUESTIONARIO

Quesito 8

Soluzione a cura di L. Rossi e L. Tomasi

8. In un gioco a due giocatori, ogni partita vinta frutta 1 punto e vince chi per primo raggiunge 10 punti. Due giocatori che in ciascuna partita hanno la stessa probabilità di vincere si sfidano. Qual è la probabilità che uno dei due giocatori vinca in un numero di partite minore o uguale a 12?

Indichiamo con A e con B i due giocatori.

Il numero minimo di partite da giocare affinché uno dei due giocatori vinca è $n=10$.

Supponiamo che vinca il giocatore A.

La probabilità che A vinca su $n=10$ partite è: $\left(\frac{1}{2}\right)^{10}$.

La probabilità che A vinca su $n=11$ partite è: $10 \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \left(\frac{1}{2}\right)$. (non si conta il caso in cui A possa aver vinto le prime 10 partite delle 11 perché già contemplato nel caso precedente).

La probabilità che A vinca su $n=12$ partite è: $55 \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \left(\frac{1}{2}\right)^2$ (non si contano i casi in cui A possa aver vinto 10 delle prime 11 partite perché già contemplate nei casi precedenti).

Quindi la probabilità che vinca il giocatore A in un numero di partite minore o uguale a 12 è:

$$p(A) = \left(\frac{1}{2}\right)^{10} + 10 \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \left(\frac{1}{2}\right) + 55 \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \left(\frac{1}{2}\right)^2.$$

La probabilità che vinca uno dei due giocatori è:

$$p(E) = 2 \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{10} + 10 \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \left(\frac{1}{2}\right) + 55 \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \right] = \frac{79}{2048} = 0,038574 \sim 3,9\%.$$

Giudizio sul quesito

Livello di difficoltà	<input type="checkbox"/> Basso		<input type="checkbox"/> Medio		<input checked="" type="checkbox"/> Alto	
Si tratta di un problema contestualizzato	<input checked="" type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> In modo forzato		<input type="checkbox"/> In modo accettabile		<input type="checkbox"/> Ben contestualizzato
L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali per i Licei Scientifici?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non è esplicitato / Non è chiaro	
Di solito, viene svolto?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non sempre	
È un argomento presente nei libri di testo?	<input type="checkbox"/> Mai		<input type="checkbox"/> Non sempre		<input checked="" type="checkbox"/> Sempre	
Formulazione	<input type="checkbox"/> Scorretta	<input type="checkbox"/> Ambigua	<input type="checkbox"/> Poco chiara		<input checked="" type="checkbox"/> Corretta	<input type="checkbox"/> Molto chiara
Verifica conoscenze / abilità/ competenze fondamentali?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> Solo parzialmente		<input type="checkbox"/> No	
Per la risoluzione del problema è utile usare una calcolatrice grafica?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì			<input type="checkbox"/> No		