

QUESTIONARIO

Quesito 9

Soluzione a cura di S. De Stefani e L. Tomasi

9. Sono dati, nello spazio tridimensionale, i punti $A(3,1,0)$, $B(3,-1,2)$, $C(1,1,2)$. Dopo aver verificato che ABC è un triangolo equilatero e che è contenuto nel piano α di equazione $x + y + z - 4 = 0$, stabilire quali sono i punti P tali che $ABCP$ sia un tetraedro regolare.

Dati $A(3,1,0)$, $B(3,-1,2)$ e $C(1,1,2)$:

- ABC è triangolo equilatero se $AB = BC = AC$:

$$AB = \sqrt{0^2 + 4^2 + 4^2} = 2\sqrt{2},$$

$$BC = \sqrt{4^2 + 4^2 + 0^2} = 2\sqrt{2},$$

$$AC = \sqrt{4^2 + 0^2 + 4^2} = 2\sqrt{2}.$$

Quindi ABC è equilatero.

- ABC è contenuto in $\alpha: x + y + z - 4 = 0$ se $A, B, C \in \alpha$

$$A \in \alpha: 3 + 1 + 0 - 4 = 0$$

$$B \in \alpha: 3 - 1 + 2 - 4 = 0$$

$$C \in \alpha: 1 + 1 + 2 - 4 = 0$$

ABC è contenuto nel piano α .

- $ABCP$ è tetraedro regolare se $AP = BP = CP = 2\sqrt{2}$:

$$\begin{cases} (x-3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = (x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 \\ (x-3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 \\ (x-3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 8 \end{cases}$$

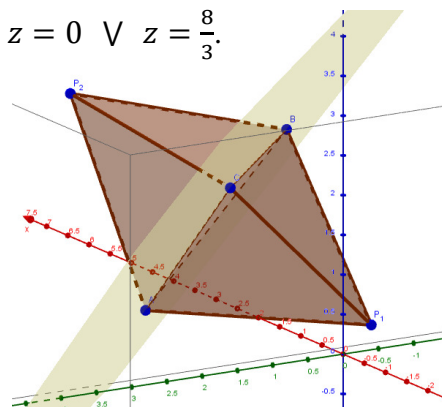
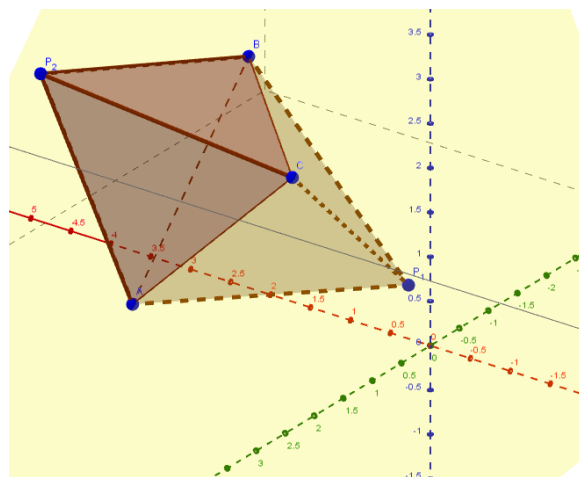
$$\begin{cases} -2y + 1 = 2y + 1 - 4z + 4 \\ -6x + 9 = -2x + 1 - 4z + 4 \\ (x-3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = z - 1 \\ x = z + 1 \\ (z-2)^2 + (z-2)^2 + z^2 = 8 \end{cases}$$

$$\rightarrow 3z^2 - 8z = 0, \text{ da cui } z = 0 \vee z = \frac{8}{3}.$$

Se $z = 0$, $P_1(1, -1, 0)$;

se $z = \frac{8}{3}$, $P_2\left(\frac{11}{3}, \frac{5}{3}, \frac{8}{3}\right)$.



Giudizio sul quesito

Livello di difficoltà	<input type="checkbox"/> Basso	<input checked="" type="checkbox"/> Medio	<input type="checkbox"/> Alto
Si tratta di un problema contestualizzato	<input checked="" type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> In modo forzato	<input type="checkbox"/> In modo accettabile <input type="checkbox"/> Ben contestualizzato
L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali per i Licei Scientifici?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì	<input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Non è esplicitato / Non è chiaro
Di solito, viene svolto?	<input type="checkbox"/> Sì	<input type="checkbox"/> No	<input checked="" type="checkbox"/> Non sempre
È un argomento presente nei libri di testo?	<input type="checkbox"/> Mai	<input type="checkbox"/> Non sempre	<input checked="" type="checkbox"/> Sempre
Formulazione	<input type="checkbox"/> Scorretta	<input type="checkbox"/> Ambigua	<input type="checkbox"/> Poco chiara <input checked="" type="checkbox"/> Corretta <input type="checkbox"/> Molto chiara
Verifica conoscenze / abilità/ competenze fondamentali?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì	<input type="checkbox"/> Solo parzialmente	<input type="checkbox"/> No
Per la risoluzione di questo quesito è utile usare una calcolatrice grafica?	<input type="checkbox"/> Sì	<input checked="" type="checkbox"/> No	