

## Esempio di Prova di MATEMATICA-FISICA - MIUR - 28.02.2019

### QUESITO 7 (traccia di soluzione di L. Rossi)

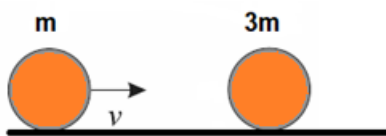
7. Una sfera di massa  $m$  urta centralmente a velocità  $v$  una seconda sfera, avente massa  $3m$  ed inizialmente ferma.
- Stabilire le velocità delle due sfere dopo l'urto, nell'ipotesi che tale urto sia perfettamente elastico.
  - Stabilire le velocità delle due sfere dopo l'urto, nell'ipotesi che esso sia completamente anelastico. Esprimere, in questo caso, il valore dell'energia dissipata.

### Soluzione

Punto a

Se l'urto è perfettamente elastico possiamo scrivere le equazioni di conservazione della quantità di moto e dell'energia cinetica del sistema:

$$\begin{cases} m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 \\ \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} m_2 V_2^2 \end{cases}$$



Indichiamo con  $V_1$  e  $V_2$  le velocità delle due masse dopo l'urto.

Sostituendo e proiettando nell'unica dimensione del moto si ottiene:

$$\begin{cases} m v = m V_1 + 3m V_2 \\ \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m V_1^2 + \frac{1}{2} 3m V_2^2 \end{cases}$$

ovvero

$$\begin{cases} v = V_1 + 3V_2 \\ v^2 = V_1^2 + 3V_2^2 \\ v - V_1 = 3V_2 \\ v^2 - V_1^2 = 3V_2^2 \end{cases}$$

Scomponendo nella seconda equazione si ha:

$$\begin{cases} v - V_1 = 3V_2 \\ (v - V_1)(v + V_1) = 3V_2^2 \end{cases}$$

Sostituendo si ha:

$$\begin{cases} v - V_1 = 3V_2 \\ 3V_2(v + V_1) = 3V_2^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v - V_1 = 3V_2 \\ v + V_1 = V_2 \end{cases}$$

Sommando termine a termine, si ha:

$$\begin{cases} 2v = 4V_2 \\ v - V_1 = 3V_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_1 = -\frac{1}{2}v \\ V_2 = \frac{1}{2}v \end{cases}$$

Punto b.

Se l'urto è totalmente anelastico, allora l'energia cinetica non si conserva e i due corpi proseguono il moto tra loro uniti, con massa  $4m$ . Scriviamo la conservazione della quantità di moto:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2$$

nella direzione del moto:

$$m v = (m + 3m)V$$

Quindi si ha:

$$V = \frac{1}{4}v.$$

L'energia cinetica prima dell'urto è

$$K = \frac{1}{2}mv^2.$$

L'energia cinetica dopo l'urto è

$$K' = \frac{1}{2}4mV^2 = \frac{1}{2}4m\left(\frac{v}{4}\right)^2 = \frac{1}{2}4m\left(\frac{v}{4}\right)^2 = \frac{1}{8}mv^2.$$

L'energia dissipata è:

$$\Delta K = K - K' = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{8}mv^2 = \frac{3}{8}mv^2,$$

ossia il 75% dell'energia iniziale.

|   |  |  |  |   |   |
|---|--|--|--|---|---|
| <b>Livello di difficoltà stimato</b>                      | <input type="checkbox"/> Basso         | <input checked="" type="checkbox"/> Medio        | <input type="checkbox"/> Alto                | <input type="checkbox"/> Molto alto           |   |
| <b>Formulazione del problema</b>                          | <input type="checkbox"/> Scorretta     | <input type="checkbox"/> Ambigua                 | <input type="checkbox"/> Poco chiara         | <input type="checkbox"/> Corretta             | <input checked="" type="checkbox"/> Molto chiara          |
| <b>Si tratta di un problema contestualizzato</b>          | <input type="checkbox"/> No            | <input checked="" type="checkbox"/> Parzialmente | <input type="checkbox"/> In modo accettabile | <input type="checkbox"/> Ben contestualizzato |   |
| <b>L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali</b> | <input checked="" type="checkbox"/> Sì |  | <input type="checkbox"/> No                  |   | <input type="checkbox"/> Non è esplicitato / Non è chiaro |
| <b>L'argomento è presente nel QdR di Fisica</b>           | <input type="checkbox"/> Sì            |  | <input checked="" type="checkbox"/> No       |   | <input type="checkbox"/> Non è esplicitato / Non è chiaro |

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
| <b>Di solito, viene svolto nella pratica didattica usuale?</b>                 | <input checked="" type="checkbox"/> Sì | <input type="checkbox"/> No                | <input type="checkbox"/> Non sempre        |
| <b>È un argomento presente nei libri di testo di Mat/Fis?</b>                  | <input type="checkbox"/> No            | <input type="checkbox"/> Non sempre        | <input checked="" type="checkbox"/> Sempre |
| <b>Verifica conoscenze / abilità/ competenze fondamentali?</b>                 | <input checked="" type="checkbox"/> Sì | <input type="checkbox"/> Solo parzialmente | <input type="checkbox"/> No                |
| <b>Per la risoluzione del problema è utile usare una calcolatrice grafica?</b> | <input type="checkbox"/> Sì            | <input checked="" type="checkbox"/> No     | <input type="checkbox"/> Parzialmente      |