

Simulazione di prova scritta di MATEMATICA-FISICA - MIUR - 2.4.2019

QUESITO 3 (soluzione a cura di S. De Stefani)

3. Si consideri la funzione $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ così definita:

$$f(x) = \int_1^x \frac{\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)}{t} dt$$

Determinare l'equazione della retta tangente al grafico di f nel suo punto di ascissa 1.

Soluzione

Per il Teorema fondamentale del calcolo integrale, si ha $f'(x) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{3}x\right)}{x}$.

Il coefficiente angolare della retta tangente alla funzione in $x = 1$ è $m = f'(1) = \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$.

L'ordinata del punto della funzione di ascissa 1 vale $f(1) = \int_1^1 \frac{\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)}{t} dt = 0$.

L'equazione della retta tangente è

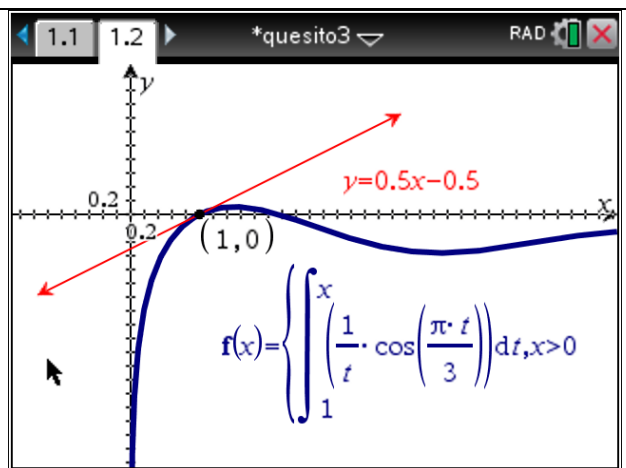
$$y - f(1) = f'(1)(x - 1)$$

ovvero

$$y = \frac{1}{2}(x - 1).$$

Con l'uso della calcolatrice grafica TI-Nspire CX (non CAS) è immediato disegnare il grafico della funzione integrale con $x > 0$.

Si crea il punto (0,1) sul grafico della curva e si disegna la retta tangente in questo punto. Si ottiene $y = 0.5x - 0.5$, che è esattamente l'equazione della retta tangente già ottenuta.



Commento sul quesito 3

Livello di difficoltà stimato del quesito: medio.

L'argomento è presente nel QdR di Matematica al V anno ed è un argomento fondamentale.

Di solito, viene svolto nella pratica didattica usuale.

In questo quesito non ci sono, a priori, dei grafici da fare. Tuttavia, per la risoluzione del quesito, si può usare la calcolatrice TI-Nspire CX (non CAS) che offre la possibilità di disegnare immediatamente il grafico

la funzione integrale e della retta tangente in un suo punto. In questo caso, la risposta della calcolatrice è in aritmetica esatta, perché si tratta di semplici numeri razionali (frazioni).