

Simulazione di prova scritta di MATEMATICA-FISICA - MIUR - 2.4.2019

QUESITO 4 (soluzione a cura di S. De Stefani)

4. Nello spazio tridimensionale, sia r la retta passante per i punti $A(-2, 0, 1)$ e $B(0, 2, 1)$. Determinare le coordinate di un punto appartenente alla retta r che sia equidistante rispetto ai punti $C(5, 1, -2)$ e $D(1, 3, 4)$.

Soluzione

Date le equazioni, in forma parametrica, della retta r :

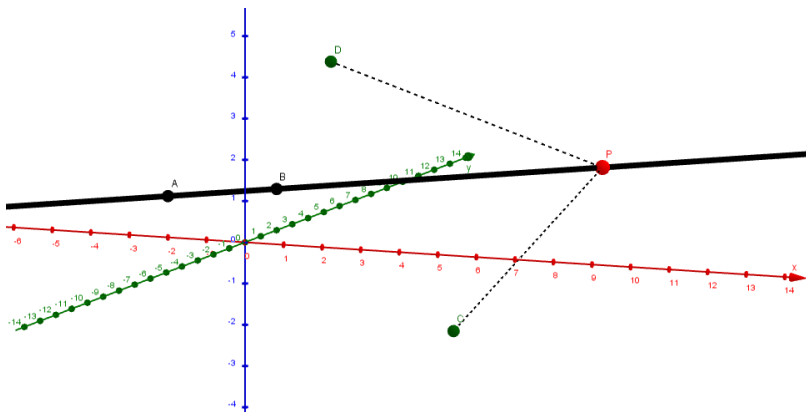
$$\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 2t \\ z = 1 \end{cases}$$

ed imponendo l'equidistanza di un suo generico punto $P(2t - 2; 2t; 1)$ dai due punti C e D , si ha:

$$(2t - 7)^2 + (2t - 1)^2 + 9 = (2t - 3)^2 + (2t - 3)^2 + 9$$

da cui si ottiene $t = 4$.

Il punto richiesto ha pertanto coordinate $P(6; 8; 1)$.



2° metodo: Il punto cercato si trova sul piano assiale del segmento CD (piano passante per il punto medio di CD e perpendicolare a CD). Intersechiamo pertanto la retta AB con il piano assiale del segmento CD .

Il piano assiale ha equazione
 $2x - y - 3z = 1$.

Intersecando si ottiene il sistema:

$$\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 2t \\ z = 1 \\ 2x - y - 3z = 1 \end{cases}$$

che fornisce $t = 4$ e $P(6; 8; 1)$.
Vedi immagine qui a fianco.

1.1 quesito4-1 RAD

linSolve $\begin{cases} x = -2 + 2 \cdot t \\ y = 2 \cdot t \\ z = 1 \\ 2 \cdot x - y - 3 \cdot z = 1 \end{cases}, \{x, y, z, t\}$

$\{6, 8, 1, 4\}$

La calcolatrice permette di disegnare il piano assiale (come funzione di due variabili x e y).

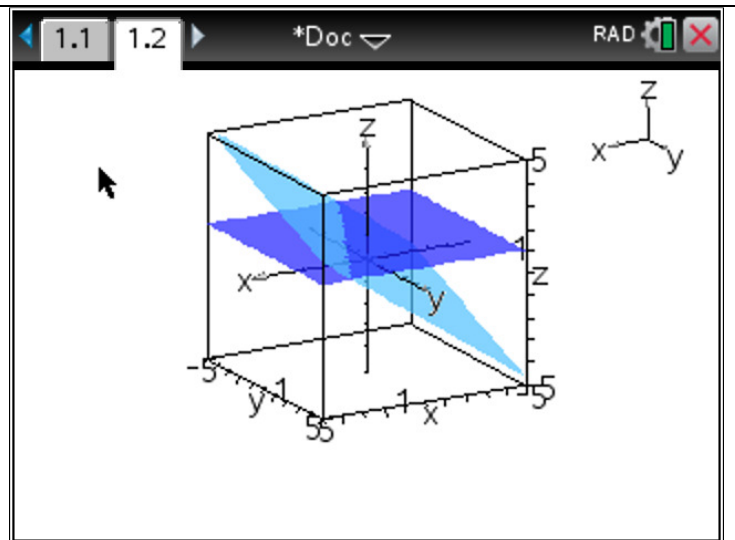
Inserire una pagina di tipo grafici:
Ctrl>Doc>Aggiungi e poi
Grafici>Menu>Vista>Rappresentazione
e grafica 3D.

Per disegnare il piano, occorre inserire
nella riga di inserimento la funzione di
due variabili:

$$z(x, y) = \frac{1}{3}(2x - y + 1).$$

Disegniamo anche il piano di equazione
 $z = 1$.

Il punto P deve trovarsi sulla retta
intersezione di questi due piani.



Commento sul quesito 4

Livello di difficoltà stimato del quesito: medio.

L'argomento è presente nel QdR di Matematica.

Non sempre viene svolto nella pratica didattica usuale per mancanza di tempo.

Per la risoluzione del problema l'uso della calcolatrice grafica permette una visualizzazione della situazione geometrica. Il quesito è prevalentemente teorico e la calcolatrice permette solo di visualizzarne una parte.