

## Concorso ordinario 1982 - Classe di concorso A047 - Matematica

Il candidato svolga, a scelta, uno dei seguenti temi.

1) Si studino le curve soluzioni dell'equazione differenziale

$$(1-3x^2)dx - (1-3y^2)dy = 0$$

mettendo in rilievo le simmetrie di ciascuna curva e della famiglia delle curve nel suo complesso.

2) A. Si studi la curva C di equazione

$$x^4 + y^4 - y(x^2 + y^2) = 0$$

verificando che la sua parte reale è contenuta in un rettangolo.

B. Si determini, tra i triangoli inscritti in C, aventi un vertice nel punto A(0, 1) ed il lato opposto parallelo alla tangente a C in A, quello di area massima.

C. Si calcoli il volume del solido che si ottiene facendo ruotare nello spazio, di coordinate x, y, z, la regione di piano delimitata da C di mezzo giro attorno al suo asse di simmetria.

3) A. Si scriva lo sviluppo di Taylor della funzione

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

in serie di potenze di x e si determini il raggio di convergenza di tale sviluppo.

B. Si commenti il risultato ottenuto osservando che r è finito, pur essendo la funzione f(x) analitica su tutto l'asse reale.

C. Si considerino i polinomi della forma  $P(x) = a + bx^2$  e si determinino i coefficienti a, b in modo tale che il valore dell'integrale

$$\int_{-1}^1 [f(x) - P(x)]^2 dx$$

risulti minimo.

D. Tenendo presente che sia il polinomio P(x) che lo sviluppo di Taylor, troncato al termine di grado due, rappresentano due diversi metodi di approssimazione polinomiale della funzione f(x), si illustrino i loro significati e si confrontino le diverse utilizzazioni.

Durata massima della prova scritta: 8 ore.