

Possibili conseguenze didattiche dell'uso dei test strutturati per la valutazione delle competenze matematiche: i casi delle prove PISA e INVALSI¹

Domingo Paola

Riassunto

L'articolo si struttura in tre parti: nella prima parte propongo alcune considerazioni e riflessioni, dal punto di vista di un insegnante, sui test PISA e INVALSI, in particolare sulla loro possibile utilizzazione nella didattica. Nella seconda il discorso si allarga riferendosi, più in generale, ai test standardizzati e ai limiti e alle potenzialità della loro utilizzazione nella prassi didattica. Nella terza parte si propongono alcune riflessioni conclusive che hanno l'ambizione di indicare possibili vie per limitare i rischi e rafforzare le potenzialità dell'uso delle prove strutturate per la valutazione degli apprendimenti.

Abstract

This paper is divided in three sections: in the first I propose some considerations, from the point of view of the teachers, about PISA and INVALSI tests, particularly about their use in the classrooms. In the second part the discussion is broader and it is related with the tests in a more general way, on their limits and potentiality in didactical practice. In the third part I propose some conclusions with the ambition to give some indications in order to limit risks and to foster potentialities in using standard tests to assess students.

Domingo Paola

Liceo scientifico Issel di Finale Ligure
G.R.E.M.G. Dipartimento di Matematica Università di Genova
domingo.paola@tin.it

¹ Il presente articolo è da considerarsi un approfondimento e un completamento della relazione plenaria tenuta dall'autore al convegno UMI – CIIM a Siena, il 28 Ottobre 2005 e che verrà pubblicata sugli atti del convegno.

Premessa

Le mie esperienze, relativamente all'argomento valutazione delle conoscenze e competenze degli studenti, sono le seguenti:

- a) responsabile, per tre anni, nel mio istituto, dei Progetti Pilota dell'INVALSI (PP1; PP2; PP3);
- b) nell'a.s. 2004 – 2005 sono stato tutor di un gruppo di lavoro a distanza, formato da insegnanti di matematica di scuola secondaria che si è occupato dello studio e dell'analisi dei test PISA nell'ambito del progetto Copernico 2005, curato dall'Istituto di Tecnologie Didattiche di Genova e realizzato presso la scuola Polo Calvino di Genova;
- c) nel 1999 ho fatto parte del gruppo operativo del progetto 3 SNQI, promosso dal Servizio nazionale per la valutazione della qualità dell'istruzione attivo presso l'ex CEDE (ora INVALSI);
- d) ho costruito e somministrato, nell'arco della mia attività professionale, vari test volti a ottenere informazioni sull'apprendimento degli studenti.

In questo articolo mi propongo di analizzare il problema della valutazione delle competenze e delle conoscenze degli studenti dal punto di vista di un insegnante, soffermandomi in particolare sulla percezione che ho e che condiviso con molti colleghi, rispetto ai limiti e alle potenzialità, ai rischi e alle sicure utilità dei progetti nazionali e internazionali di valutazione dell'apprendimento nella pratica didattica. Spero che questa riflessione contribuisca al formarsi di un atteggiamento critico, attento e quindi interessato per le prove di valutazione dell'apprendimento.

Premetto e preciso che, per diversi motivi, ho deciso di concentrare l'attenzione sui problemi relativi alla valutazione delle conoscenze e delle competenze degli studenti; tutta la problematica che riguarda la valutazione del sistema formativo, inevitabilmente intrecciata alla valutazione delle competenze e conoscenze degli studenti, non verrà esplicitamente presa in considerazione in questa relazione.

Alcune riflessioni, dal punto di vista di un insegnante, sui test INVALSI e PISA

Nel mio lavoro in qualità di tutor nell'ambito del Progetto Copernico 2005 e negli incontri e discussioni che ho avuto con altri colleghi in occasione di convegni, corsi di aggiornamento e nella quotidiana pratica didattica, ho rilevato una posizione predominante, assunta dagli insegnanti (e che io condivido), relativamente alle caratteristiche dei test PISA e INVALSI e alle funzioni che possono svolgere nella pratica didattica. In particolare, per quel che riguarda i test PISA, gli insegnanti ritengono che non siano da vedersi solo come uno strumento di valutazione delle competenze degli studenti, ma anche

come un'opportunità di riflessione e approfondimento per la costruzione di attività didattiche volte alla costruzione di conoscenze e competenze matematiche. Alcuni insegnanti, che hanno partecipato al progetto Copernico 2005, hanno utilizzato in classe alcuni item dei test PISA, proprio con queste finalità². Altri insegnanti hanno osservato che i test PISA consentono di testare la capacità degli studenti di utilizzare, in contesti non usuali nella prassi didattica italiana, conoscenze e concetti appresi a scuola; altri ancora hanno fatto riferimento alla possibilità di utilizzarli nell'interessante attività di riconoscersi o meno nelle statistiche nazionali e internazionali; tutti hanno riconosciuto la capacità dei test PISA di testare competenze e conoscenze importanti per la preparazione matematica di chi voglia partecipare consapevolmente e criticamente alla vita pubblica. Uno degli insegnanti coinvolti nel progetto ha fatto presente il rischio che indagini nazionali e internazionali possano costituire uno strumento di pressione per indirizzare gli interventi di riforma sui sistemi di istruzione. Il ragionamento di questo insegnante è che se le indagini servono a valutare l'adeguatezza del sistema, è naturale pensare che il sistema reagisca cercando di dimostrare la sua adeguatezza; ciò può indurre derive assai negative per l'insegnamento – apprendimento e quindi per il sistema di istruzione stesso sulle quali ritornerò in seguito. Il problema maggiore è che, nel caso di PISA in particolare, non è chiaro agli insegnanti che cosa voglia dire essere adeguati e fino a quando la risposta non sarà chiara sarebbe bene che i dati PISA non venissero utilizzati per indirizzare interventi sul sistema scolastico. Si tratta, a mio avviso, di un'osservazione molto acuta e pertinente: in una società democratica, in un sistema di istruzione ed educazione che voglia in qualche modo coinvolgere gli insegnanti, ogni intervento sul sistema scolastico dovrebbe essere discusso e concertato con e fra le varie associazioni e istituzioni competenti.

Per quel che riguarda le prove INVALSI, esse sono invece viste unicamente come strumento di valutazione delle conoscenze di base e sono ritenute poco adeguate per una valutazione significativa di competenze di livello tassonomico più elevato come, per esempio, il modellizzare, l'argomentare, il dimostrare.

Inoltre i test PISA sembrano generare meno tensioni rispetto alle prove INVALSI, probabilmente a causa del tipo di rilevazione a campione e per il fatto che non vengono forniti i risultati ottenuti dalle singole scuole. Ciò dovrebbe far riflettere sull'opportunità di estendere obbligatoriamente i test

²Tre esempi dei materiali prodotti si trovano all'indirizzo internet <http://www.matematica.it/paola/discussioni.htm> (cliccare sulle hotword [2. Un esempio di test PISA: change and relationships](#), [3. Un esempio di test PISA: uncertainty](#), [4. Un esempio di test PISA: spazio e forma](#)).

INVALSI a tutte le scuole del territorio con il rischio di indurre comportamenti (non controllabili a causa dell'elevato numero di scuole coinvolte) che non solo rischiano di falsare i risultati, ma che farebbero pesare negativamente i test sull'azione didattica. Un campanello d'allarme sul rischio che i risultati dei test INVALSI siano falsati da eventuali somministrazioni che non rispettino le consegne, è dato dalla rilevazione di differenze con altri test internazionali, in particolare con PISA, altrimenti difficilmente spiegabili³.

Le modalità di somministrazione e divulgazione dei risultati dei test PISA sembrano inoltre avere indotto reazioni negli insegnanti che possono incidere positivamente sulla pratica didattica (riflessione sulle scelte didattiche, riflessione sui programmi, osservazione delle competenze degli studenti nell'affrontare problemi in contesti quotidiani) senza causare alcuna tensione.

Nella seguente tabella propongo un confronto, dal punto di vista di un insegnante, fra i test PISA e le prove INVALSI:

Test PISA	Test INVALSI
Sono somministrati a un campione e consentono un'autovalutazione serena, anche perché difficilmente possono essere finalizzati alla valutazione della scuola.	Tendono a essere somministrati a tutte le scuole e quindi consentono una valutazione della scuola, creando tensioni e una sorta di rincorsa alla preparazione ai test (si veda a questo proposito la nota dell'Associazione Nazionale Presidi in cui si intravede la possibilità di utilizzare le prove INVALSI per fornire alle scuole un servizio avente come obiettivo la valutazione dei livelli di competenza degli alunni ⁴)
Sono affidabili per il controllo che è possibile esercitare sul campione.	Rischiano di non essere affidabili per la difficoltà di controllare la correttezza di una somministrazione a tappeto.

³ Si veda, per maggiori dettagli l'articolo di Piero Lucisano "E se qualcuno valutasse i valutatori" disponibile al sito

<http://www.didaweb.net/fuoriregistro/leggi.php?a=7409> o al sito http://www.gildavenezia.it/riforme/riformadoc/valutare_valutatori.htm.

⁴ "Rapporto dell'ANP: il parere dei dirigenti delle scuole", disponibile al sito:

http://www.anp.it/anp/news/rapporto_anp_miur_invalsi.pdf

Rischiano di influenzare le politiche legate all'istruzione di un Paese e di influire sui percorsi di apprendimento senza che gli insegnanti ne siano adeguatamente consapevoli.	Rischiano di influire sull'autonomia scolastica relativamente alle pratiche didattiche e, in particolare, ai percorsi di apprendimento.
Consentono di valutare competenze di alto livello grazie alle risposte aperte che permettono valutazioni sui processi e non solo sui prodotti.	Consentono di valutare conoscenze, mentre a causa della presenza di sole risposte chiuse, che non consentono di osservare i processi, non offrono significative possibilità di valutare competenze di elevato livello tassonomico.
Consentono di costruire attività didattiche significative.	Non consentono di costruire attività didattiche significative, ma solo una valutazione del possesso o meno di certe conoscenze considerate (a livello centrale) come essenziali.

Vorrei soffermarmi su alcune delle caratteristiche prima elencate in tabella e che mi sembrano essenziali: inizio da quella che afferma che le prove INVALSI non consentono di esprimere valutazioni significative sui processi. Vediamo perché attraverso due esempi, iniziando a prendere in considerazione il seguente item proposto per il PP4 nel primo anno di scuola secondaria di secondo grado:

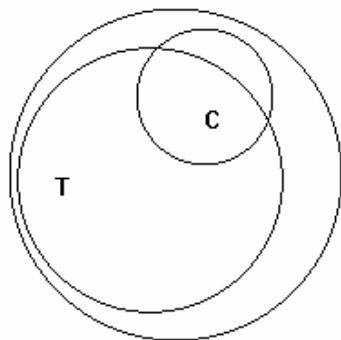
6. A un club sportivo sono iscritti 55 soci. 50 giocano a tennis, 20 vanno a cavallo. Sapendo che ogni iscritto pratica almeno uno dei due sport, quanti sono gli iscritti che vanno a cavallo e giocano a tennis?

A. 5 B. 15 C. 30 D. 35

Gli studenti che danno la risposta corretta, ossia 15, vengono valutati allo stesso modo, qualunque siano le strategie risolutive attivate. Per esempio i seguenti differenti approcci alla risposta verrebbero considerati del tutto equivalenti, con la perdita di informazioni importanti per un serio processo di valutazione dello studente:

- a) basta sottrarre dalla somma di chi pratica il tennis e di chi va a cavallo, il totale dei soci:
 $50 + 20 - 55 = 15$

- b) T = insieme dei clienti che giocano a tennis; C = insieme dei clienti che vanno a cavallo.



$$\text{Card } T + \text{Card } C - \text{Card } (T \cap C) = \text{Card } (T \cup C)$$

$$\text{Quindi } 50 + 20 - x = 55$$

$$\text{Da cui } x = 15$$

- c) $c + t + x = 55$ con x = clienti che giocano a tennis e vanno a cavallo

$$c + t = 70$$

$$\text{quindi } x = 15$$

Sia chiaro che non mi interessa qui esprimere, né dire se è possibile esprimere, un ordinamento nelle valutazioni dei tre processi risolutivi: quello che affermo è che se ci si limita a rilevare il risultato si perdono informazioni molto importanti acuendo una tendenza tipica non solo della prassi didattica media italiana, molto rischiosa per la costruzione di una didattica attenta alla costruzione di significati e quindi, sensata.

Analogamente per il seguente item, proposto per il PP4 nella prima classe di scuola secondaria,

7. Se al numero 0,999 si aggiunge 1 centesimo, che cosa si ottiene?

- A. 1 B. 1,009 C. 1,99 D. 1,999

si assegnerebbe una stessa valutazione alle seguenti possibili strategie di risposta:

$$a) 0,999 + \frac{1}{100} = \frac{999}{1000} + \frac{1}{100} = \frac{999+10}{1000} = 1,009$$

$$b) 0,999 + 0,01 = 1,009$$

$$c) 0,999 +$$

$$0,01 =$$

$$1,009$$

d) se a un numero che approssima per difetto 1 a meno di 0,001 aggiungo 0,01 devo ottenere un numero maggiore di 1, ma più piccolo di 1,01

Già prendendo in considerazione solo alcune possibili risposte corrette si può vedere la quantità di importanti informazioni che vengono perse utilizzando solo risposte chiuse; si pensi a tutte quelle che vengono offerte dalla ricchezza degli errori che potrebbero essere commessi se è vero che, come diceva Turing l'errore è un atto di intelligenza o come diceva Rodari l'errore è un atto di creatività. Le risposte chiuse, per loro natura, chiudono la possibilità di valutare i processi degli studenti, che dovrebbero essere l'oggetto di maggiore attenzione da parte degli insegnanti. Tutto ciò è riconosciuto dagli stessi proponenti il test INVALSI, come si evince da uno scritto di Mario Marchi, coordinatore per la matematica del Progetto Pilota: "Occorre infine essere consapevoli che gli esiti delle prove sono legati ai prodotti del sistema formativo scolastico e non ai processi di apprendimento. Per valutare tali processi il singolo insegnante dovrà dotarsi di altri opportuni e adeguati strumenti, che riguarderanno però sempre gli esiti educativi relativi ad un singolo studente, uscendo quindi dalle finalità valutative di Sistema, proprie delle Prove INVALSI"⁵.

Commentiamo ora un'altra delle caratteristiche prima elencate in tabella e che afferma che i test PISA suggeriscono in modo naturale attività didattiche significative. Vorrei sostenere questa affermazione con un esempio tratto da un item pubblicato in vari resoconti e descrizioni dei test PISA.

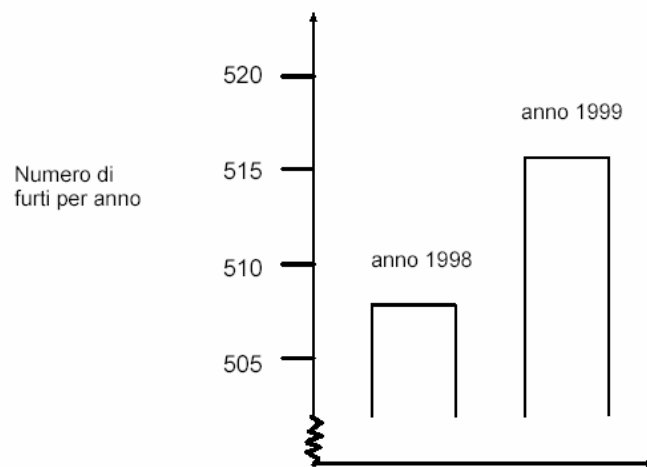
⁵ Marchi, M., Le prove di valutazione in matematica, disponibile al sito: http://www2.invalsi.it/valutazione/condivisa/prove/Quadro_mat.pdf

FURTI

Domanda 7: FURTI M179Q01

Un cronista televisivo ha mostrato questo grafico dicendo:

«Il grafico mostra che dal 1998 al 1999 si è verificato un notevole aumento del numero di furti.»



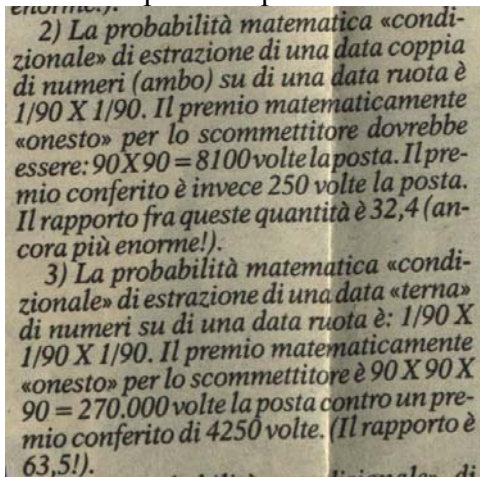
Pensi che l'affermazione del cronista sia un'interpretazione ragionevole del grafico? Spiega brevemente la tua risposta.

Al di là dell'interesse, di per se stesso notevole, delle risposte che gli studenti possono fornire (chi risponde che è ragionevole basandosi sull'impatto grafico o valutando una differenza assoluta; chi invece intuisce che è irragionevole, ma non spiega il perché; chi fornisce spiegazioni che fanno riferimento a un piccolo incremento rispetto al numero di furti, ma non fornisce una misura quantitativa; chi invece fornisce incremento relativo o percentuale; chi fa anche notare l'origine nascosta degli assi cartesiani), l'item può essere utilizzato per una significativa attività didattica su come possono essere veicolate idee non corrette con un'informazione e che non contiene dati errati, ma che si limita a nascondere qualcosa o mette in evidenza certe informazioni lasciandone altre sullo sfondo. Si possono a tal scopo utilizzare altri esempi tratti dai quotidiani che possono riguardare:

a) notizie errate relative alla matematica, come nell'articolo "Il mistero delle rette parallele" di G. Romagnoli, comparso su La Repubblica l'8 Agosto 2004 in cui si suggerisce la possibilità che un matematico libanese possa dimostrare il quinto postulato di Euclide:



oppure si veda anche l'articolo del 13 Ottobre 1996 di Alfonso Liquori "Perché al Lotto si può solo perdere":



b) un uso, inappropriato al contesto, di certi termini, come per esempio nell'articolo "Due miliardi a chi riesce a risolvere l'enigma matematico di Goldbach", non firmato, comparso sul Giornale il 22 Marzo del 2000, dove i termini "teorema" e "ipotesi" sono utilizzati in modo inappropriato e richiedono interessanti precisazioni da parte dell'insegnante:

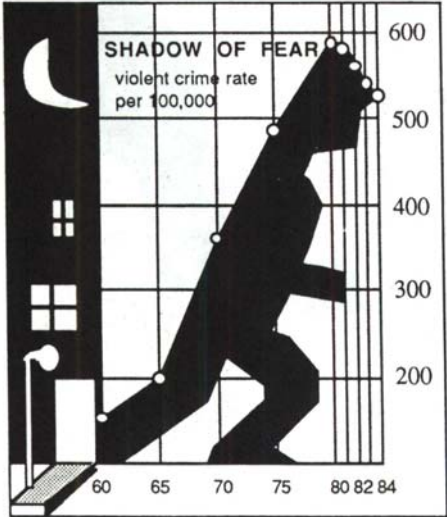
*Il teorema dice
che ogni numero
maggiore di due
equivale alla
somma di due
numeri primi:
ecco l'ipotesi che
si deve provare*

c) confusioni tra concetti matematici, come nel caso di un articolo “I maschi pelosi sono anche i più intelligenti” comparso nell’Agosto del 1996 su La Repubblica in cui si confonde una semplice correlazione tra due variabili, rilevata in un campione statistico, con una dipendenza causa – effetto



d) informazioni che possono creare fraintendimenti a causa della loro incompletezza o dell'uso non corretto delle rappresentazioni grafiche, come quella a cui fa riferimento l'item del test PISA considerato sopra o come le seguenti, ben note in letteratura:

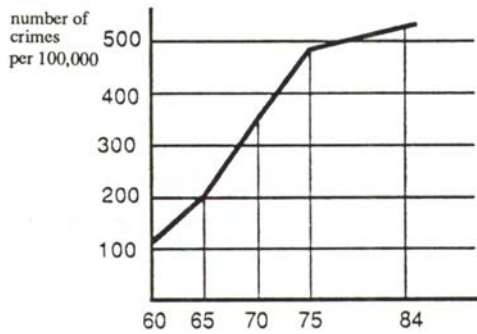
'Correct' numbers can cause different 'correct' graphs. The following graph comes from *Newsweek*:



It shows the number of reported crimes per 100,000 inhabitants, initially every five years, later on per year.

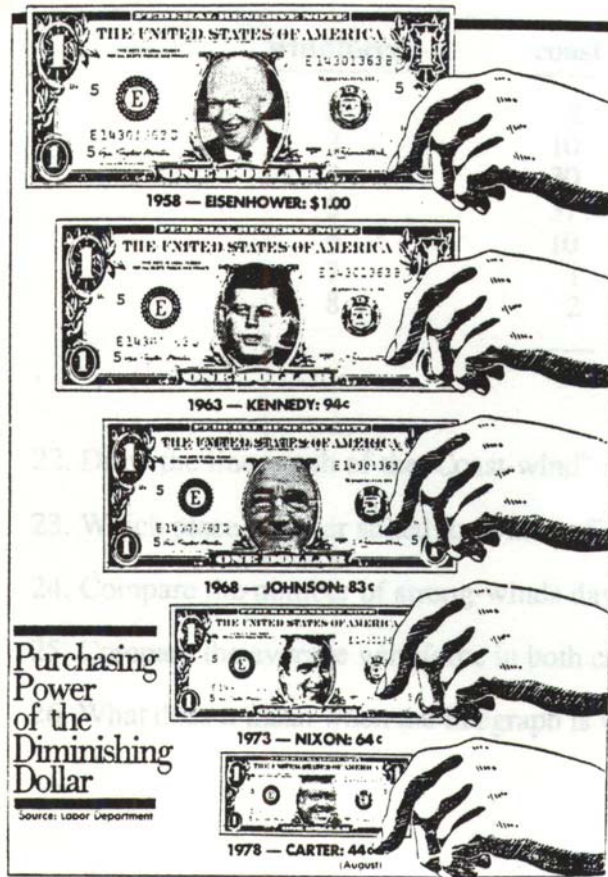
11. How many reported crimes were there in 1960?

Manufacturers of alarm-systems used the same numbers to produce the following graph:



**crime triples!!!
STOP
the increase!
-BUY ALARM SYSTEMS-**

The following graph is taken from the *Washington Post*:



Nella prima immagine la ditta di sistemi di allarme si è limitata a collegare il punto che esprime il numero di furti nel 1975 con quello che esprime il numero di furti nel 1984: in tal modo il numero di furti appare una funzione strettamente crescente nel tempo e si nasconde il fatto che, invece, sono diminuiti negli anni 198 – 1984.

Nella seconda immagine si vuole far vedere che il potere di acquisto del dollaro nel 1978 si è ridotto della metà rispetto al 1968, ma l'idea che si dà è di una riduzione più preoccupante e drastica, di circa il 75% (l'area del rettangolo che rappresenta il dollaro nel 1978 è circa $\frac{1}{4}$ dell'area del rettangolo che rappresenta il dollaro nel 1968).

Attività di questo tipo, tese a far capire l'origine degli errori, la portata dell'uso di termini non appropriati al contesto, le possibili implicazioni di informazioni nascoste o eccessivamente evidenziate rispetto ad altre, l'uso inadeguato di

rappresentazioni grafiche (involontario o voluto), sono fortemente finalizzate ad aiutare gli studenti a formarsi uno spirito critico: è l'informazione, così come viene talvolta veicolata sui mezzi di comunicazione di massa, che è oggetto di analisi critica, proprio grazie agli strumenti matematici studiati. Tra l'altro alcune istituzioni accademiche hanno avviato indagini serie su come le notizie riferite a determinate discipline o a specifici campi di una disciplina vengono diffuse sui mezzi di informazione. Un'interessante iniziativa, per esempio, è stata effettuata nel 1999 presso l'Osservatorio della Comunicazione Sanitaria dell'Università degli Studi di Pisa, che ha monitorato la comunicazione delle notizie relative alla diffusione dell'AIDS sui tre principali quotidiani italiani dal 1982 al 1999 con l'obiettivo di avere un'idea dell'immagine relativa alla diffusione dell'AIDS che gli italiani si sono fatti attraverso la lettura dei quotidiani. Le conclusioni dell'indagine sono piuttosto interessanti:

“Nel 1985 i mass media sono stati praticamente i soli artefici su scala nazionale dell'informazione sulle vie di trasmissione dei virus e sulle misure preventive da adottare [...]. Nel 1992 l'interesse della stampa ha raggiunto il suo massimo con ben 1.760 articoli, pari al 35,3% di tutti i pezzi riguardanti la salute pubblicati in quell'anno. La stampa non sembra essersi coinvolta in una vera e propria strategia educativa, ma piuttosto ha puntato il suo interesse ad annunciare avvenimenti sensazionali [...] l'inesattezza più grossolana che i mezzi di comunicazione hanno commesso è stata quella di aver portato l'attenzione dell'opinione pubblica più sulle categorie a rischio di contrarre l'infezione che sui comportamenti igienicamente corretti. Inconsapevolmente la stampa ha pertanto contribuito ad affermare il concetto secondo il quale l'AIDS era una malattia che solo i gay e i tossicodipendenti potevano prendere, quasi ad esorcizzare un'immunità in chi non entrava a far parte di esse”.

Anche il commento di studi di questo tipo può contribuire a offrire strumenti per l'esercizio del pensiero critico, tanto importanti in una società complessa come quella in cui viviamo, che sembra essere di massa proprio per il crescente rischio che le masse siano sempre più facilmente manipolabili per mezzo degli strumenti di comunicazione e informazione.

Il fatto che i test PISA consentano e suggeriscano, in modo molto più evidente rispetto ai test INVALSI, attività di questo tipo è scritto in qualche modo nel loro codice genetico; essi, infatti sono influenzati dalla prospettiva della *Realistic Mathematic Education* (RME), una teoria dell'insegnamento – apprendimento della matematica introdotta e sviluppata dal Freudenthal Institute in Olanda, ispirata alle idee di Hans Freudenthal, che, sostanzialmente, pone l'attenzione su due aspetti:

- a) la matematica come attività umana

b) la matematica collegata alla realtà

Questa attenzione ha implicazioni forti per l'educazione matematica, che deve proporre situazioni di insegnamento – apprendimento che siano concrete per gli alunni e rilevanti rispetto all'ambiente in cui vivono. Tali situazioni devono consentire processi di riscoperte guidate, nelle quali gli studenti possano effettuare esperienze simili a quelle che hanno portato a scoperte e invenzioni nel campo matematico. Freudenthal riteneva che l'attività di matematizzazione si sviluppasse secondo due direzioni, una orizzontale e l'altra verticale: “horizontal mathematization involves going from the world of life into the world of symbols, while vertical mathematization means moving within the world of symbols”⁶ (Freudenthal, 1991). Da una parte, quindi, il lavoro per rendere un problema accessibile al trattamento matematico; dall'altra il lavorare matematicamente nel modello.

In Olanda lo sviluppo delle ricerche sulla valutazione ha portato all'individuazione di varie tipologie di strumenti che vanno dai test a risposta multipla, chiusa e aperta, a redazione di saggi, preparazione di esperimenti, raccolte di dati, preparazione di esercizi e problemi per altri studenti.

PISA è stato sviluppato da un gruppo di esperti internazionali nel campo della ricerca in educazione matematica e il Freudenthal Institute ha giocato un ruolo predominante nello sviluppo di PISA 2000 e 2003: il suo direttore, Jan De Lange, è stato coordinatore del gruppo di esperti matematici.

De Lange ha formulato i seguenti cinque principi guida per una valutazione efficiente ed efficace:

- a) Il primo obiettivo di un test è quello di favorire il miglioramento dell'insegnamento e dell'apprendimento. Ciò vuol dire che la valutazione dovrebbe misurare gli studenti non solo alla fine di un percorso formativo, ma anche in itinere.
- b) I metodi di valutazione dovrebbero consentire agli studenti di dimostrare che cosa sanno, piuttosto che ciò che non sanno. Ciò può essere realizzato proponendo problemi che possono avere diverse soluzioni ottenibili con differenti strategie.
- c) La valutazione dovrebbe consentire di misurare tutti gli obiettivi dell'educazione matematica, sia i livelli più bassi, sia quelli medi, sia quelli più alti dei processi di pensiero.
- d) La qualità della valutazione matematica non è determinata dalla facilità di ottenere un punteggio oggettivo. In questo caso i test e gli esercizi più meccanici dovrebbero essere ridotti, fornendo agli studenti prove

⁶ “la matematizzazione orizzontale richiede di andare dalla realtà quotidiana al mondo dei simboli, mentre la matematizzazione verticale significa muoversi nel mondo dei simboli”.

che consentano realmente di capire se essi comprendono i problemi posti.

- e) Gli strumenti di valutazione dovrebbero essere pratici, adeguati alle esigenze e alla cultura dei sistemi scolastici e delle scuole e facilmente accessibili.

(De Lange, 1995)

Riassumendo, si può dire che la tradizione della RME ha portato i costruttori dei test PISA a focalizzare l'attenzione sui concetti di:

- a) competenza, che riassume in sé il conoscere e l'agire e supera quindi la distinzione tra sapere e saper fare;
- b) matematizzazione, che si fa carico di superare la discontinuità tra l'apprendimento scolastico e la cognizione che avviene fuori della scuola e che è all'origine sia del formarsi delle competenze matematiche sia della costruzione di significato per gli oggetti matematici;
- c) comunicazione, che consolida l'apprendimento della matematica attraverso lo scambio e il confronto delle conoscenze in una comunità di apprendimento.

I risultati ottenuti ai test PISA suggeriscono che gli studenti italiani non sanno applicare le abilità costruite a scuola in contesti meno strutturati di quelli in cui sono soliti svolgere le loro attività scolastiche; essi mostrano difficoltà nei processi di riflessione, riproduzione e connessione delle conoscenze matematiche. I migliori risultati talvolta ottenuti nei test INVALSI non possono essere considerati un indicatore significativo per la rilevazione di queste competenze, proprio per il tipo di struttura dei test del progetto pilota, profondamente diversa da quella dei test PISA (semmai alcuni risultati dei test INVALSI, ottenuti in problemi più scolastici, sembrano confermare questo dato negativo).

Alcune riflessioni più generali sui test, dal punto di vista di un insegnante

Voglio qui esplicitare alcune considerazioni, in realtà implicitamente contenute in quanto precede, di carattere più generale relativamente all'uso dei test per misurare i livelli di conoscenze e competenze degli studenti.

Tutte le considerazioni che seguono sono motivate dalla preoccupazione che i test possano favorire tendenze e comportamenti negativi per l'efficacia e l'adeguatezza dell'azione di insegnamento – apprendimento. Le perplessità e i timori che esprimerò non implicano, però, una considerazione del tutto negativa sull'uso di queste forme di valutazione: sono anzi convinto che, se affiancate da diverse altre forme di valutazione, se non considerate come il responso più affidabile in quanto più oggettivo, se non utilizzate come

strumento di classificazione di scuole o alunni, esse possano essere molto utili per insegnanti, studenti e famiglie.

La prima considerazione riguarda la differenza tra “sapere tacito o implicito” e “sapere consapevole o esplicito”. Qualunque insegnante conosce bene le difficoltà che incontrano gli studenti, anche coloro i quali si dimostrano abili nella risoluzione dei problemi, a descrivere, spiegare e giustificare le strategie risolutive adottate. Non solo gli studenti, ma anche professionisti adulti che sanno risolvere un problema o sanno gestire una situazione, trovano difficoltà a trasferire ad altri le competenze acquisite. Ciò non è sorprendente: è ben nota la differenza tra *sapere come* e *sapere perché*. A questo riguardo Jürgen Habermas ha scritto parole illuminanti: “Noi conosciamo fatti e possediamo un sapere su di essi soltanto quando, contemporaneamente, sappiamo perché i giudizi corrispondenti sono veri. Altrimenti parliamo di sapere intuitivo o implicito, di un sapere pratico di *come* si fa qualcosa. Ci si può benissimo intendere di qualcosa senza sapere che cosa è che costituisce queste competenze. Invece l'esperto sapere qualcosa è implicitamente legato a un *sapere perché* e rimanda, per questo, a potenziali giustificazioni” (Habermas, 2001). Non c'è alcun dubbio che il passaggio da un *sapere come* a un *sapere perché*, da una conoscenza tacita a una consapevole, siano obiettivi di primaria importanza per una scuola che abbia come compito quello di aiutare gli studenti a formarsi un pensiero critico che consenta loro di partecipare consapevolmente alle scelte della vita pubblica. Ciò che suggeriscono le parole di Habermas è che l'attenzione al sapere teorico, al significato e alla funzione di una teoria è fondamentale nel processo di formazione di una persona. Ebbene, gli aspetti legati alla matematica come costruzione teorica sono inevitabilmente poco presenti in un test: una pratica didattica in cui i test dovessero assumere eccessiva importanza per la valutazione delle competenze degli studenti rischierebbe di mettere in ombra aspetti fondamentali per la formazione del pensiero critico quali, appunto, quelli della comprensione del significato e delle funzioni delle costruzioni teoriche. Tra l'altro vari test finalizzati alla valutazione delle competenze degli studenti di vari livelli scolari e, in particolare, i test PISA e INVALSI mostrano che gli studenti fanno fatica a conciliare aspetti verbali e simbolici e a dar significato ai segni matematici che utilizzano. Sembra che per i nostri studenti i segni siano separati dalle idee. Il problema è che una prassi didattica nella quale si facesse uso eccessivo e prioritario dei test per valutare la preparazione degli studenti potrebbe acuire questo aspetto negativo: si verificherebbe il caso spiacevole in cui lo strumento di rilevazione andrebbe a rinforzare un aspetto negativo rilevato.

Alcuni test propongono strategie interessanti per favorire la riflessione degli studenti sulle proprie conoscenze. Per esempio, nel progetto VALMAT⁷ (Mosca, in stampa) non solo si propongono test che richiedono piccoli ragionamenti matematici, ma, ispirandosi a un'altra indagine condotta dall'IRRE Toscana⁸, utilizzano di alcuni marcatori, detti *jolly*. Studenti e insegnanti ne hanno a disposizione una piccola percentuale rispetto al numero di domande. Lo studente contrassegna con i jolly le domande alle quali è più sicuro di avere risposto correttamente e l'insegnante contrassegna con i jolly le domande alle quali crede che lo studente risponda meglio. Si può valutare non solo se uno studente sa, ma anche se sa di sapere e, inoltre, la correlazione tra ciò che crede lo studente e ciò che pensa l'insegnante. Questi ed altri interessanti accorgimenti (come quello di utilizzare scale, continue o discrete, relative al livello di fiducia sulle risposte fornite) possono senza dubbio spingere gli studenti a riflettere sulle proprie conoscenze, ma non sono di particolare aiuto nell'evidenziare l'importanza del sapere teorico, che aiuta, tra l'altro, a dare significato ai segni e ai simboli della matematica.

La seconda considerazione riguarda una preoccupazione legata al mito della valutazione oggettiva. È ovvio che l'uso di test strutturati a risposta chiusa riduce la variabilità della valutazione al variare del soggetto che valuta e quindi, in questo senso, i test a risposta chiusa possono considerarsi prove che tendono all'oggettività. È anche vero però, che con i test a risposta chiusa rimangono esclusi dal processo valutativo competenze fondamentali per la preparazione dello studente. Sottovalutare questo aspetto e sovrastimare la possibilità di una valutazione oggettiva potrebbe essere molto rischioso, soprattutto in un momento in cui le tecnologie di apprendimento a distanza iniziano a essere guardate con particolare interesse da differenti punti di vista e da diverse agenzie preposte alla formazione e all'istruzione. Il binomio tecnologia dell'apprendimento a distanza – test può rivelarsi drammatico per l'insegnamento – apprendimento della matematica. Infatti i test, proprio per la loro efficacia ed efficienza nel valutare interventi di alfabetizzazione di base nelle varie discipline o interventi finalizzati all'addestramento, potrebbero influenzare le pratiche didattiche acuendo l'attenzione verso aspetti legati all'alfabetizzazione di base e all'addestramento. Da un certo punto di vista questa operazione avrebbe, almeno apparentemente, molti vantaggi fra i quali

⁷ Si tratta di un progetto internazionale, sviluppatosi dal 2001 al 2004, che si è posto come obiettivo quello di utilizzare prove di valutazione come strumento per aiutare gli studenti della scuola primaria a riflettere sulle proprie conoscenze matematiche e ad autovalutarsi.

⁸ F. De Michele, L. Nuti, V. Villani (1999), *Ma-li - Tra numeri e parole: attese degli insegnanti, le risposte degli allievi* Le Monnier - I.R.R.S.A.E. Toscana.

una semplificazione dei percorsi di apprendimento. Infatti l'addestramento richiede un'azione didattica mirata, una spiegazione lineare, corretta e ben organizzata, che scioglia le difficoltà e indichi come fare. L'apprendimento richiede anche nebbia, confusione, tensione ad attivarsi per superare gli ostacoli, per comprendere; richiede trasposizione didattica, traduzioni (e quindi anche tradimenti) del sapere istituzionale, per favorire la costruzione delle conoscenze. L'addestramento si basa su un'idea di lavoro duro, di esercizio spirituale, che porta al successo formativo anche in tempi brevi; l'apprendimento si basa su un'idea di pensiero duro, di esercizio del pensiero critico, che ha bisogno di tempi lunghi per conseguire il successo formativo. Linearizzare e semplificare i percorsi, limitarsi a informare e ad addestrare, valutare solo il possesso di alcune conoscenze e procedure operative specifiche consentirebbe magari di ottenere, almeno in apparenza, migliori risultati della produttività del nostro sistema di istruzione, con buona pace, però, dei propositi di aiutare tutti gli studenti (e non solo un'élite) a esercitare il pensiero critico e a formarsi competenze che consentano loro di partecipare consapevolmente alle scelte della vita pubblica.

La terza considerazione riguarda le risorse che si investono nella preparazione e nella somministrazione dei test e nel creare una cultura adatta alla loro accettazione e a una corretta somministrazione. Su questo punto ritengo che Paolo Boero abbia scritto un passo molto significativo "In modo sempre più pressante negli ultimi dieci anni si è posto il problema di valutare, oltre alle prestazioni degli studenti, anche la produttività dei singoli insegnanti e delle scuole. Tutto ciò ha impegnato gli insegnanti e la scuola nel suo complesso in discussioni, iniziative e attività che hanno sottratto tempo ed energie (ed altre ne sottrarranno) ad altri temi di importanza ben maggiore (come quello della realizzazione di un insegnamento adatto alle esigenze e alle caratteristiche in rapido mutamento dell'utenza o quello connesso del mutare degli obiettivi della formazione scolastica in una società in rapida trasformazione)"⁹

La quarta considerazione si riferisce all'uso che si può fare dei risultati di un test a livello politico, nella scelta degli investimenti e porta a possibili scenari particolarmente inquietanti. I test, infatti, sono un modo per suggerire se gli investimenti di denaro pubblico sono sprecati o meno. Dovrebbe essere abbastanza intuibile come, alla lunga, questa consapevolezza possa portare a pratiche di addestramento ai test, con la conseguenza di una minor attenzione a una didattica tesa alla formazione della persona e del cittadino provocando, come risultato finale, la realizzazione di azioni didattiche non coerenti con le premesse dei documenti con cui si aprono l'attuale riforma scolastica, ma

⁹ Boero, P. I test: aspetti culturali, pedagogici, tecnici e didattici del loro utilizzo a scuola, Conferenza all'ALIMA, Savona, Marzo 2004.

anche quella mai avvenuta. Tra l'altro, una deriva di questo tipo troverebbe, probabilmente, se non il sostegno, almeno l'approvazione delle famiglie degli studenti che vedrebbero nella comunicazione semplificata dei risultati del test uno strumento particolarmente efficace per valutare non solo il percorso scolastico degli studenti, ma anche l'adeguatezza dell'offerta formativa. Queste ultime considerazioni prospettano scenari foschi e inquietanti, ma, purtroppo, realistici, se è vero che negli Stati Uniti d'America qualcosa di simile si è già realizzato. Nel Gennaio 2002 l'amministrazione del Presidente americano Bush lanciò il programma "No Child left Behind"¹⁰ che si proponeva di assicurare a tutti i cittadini americani iscritti nelle scuole pubbliche un livello minimo di conoscenze e competenze nel campo linguistico e matematico. Sembra di non poter che condividere questa scelta, se non che essa porta inevitabilmente a ridurre investimenti e attenzioni su altri obiettivi come l'inserimento sociale, l'educazione alla cittadinanza che non possono essere considerati secondari. Soprattutto il programma denuncia tutta la sua debolezza quando si va a vedere che si pensa di verificare il conseguimento di tali obiettivi con test standardizzati. Negli USA si è acceso un forte dibattito, con la presa di distanza e l'esplicitazione di forti perplessità da parte di molti operatori nel settore dell'educazione, che hanno denunciato gli ostacoli che la valutazione dell'apprendimento mediante test standardizzati comporta per studenti e insegnanti, soprattutto in quelle scuole in cui si seguono pratiche di insegnamento – apprendimento volte a favorire la nascita di un pensiero critico, la riflessione su quanto appreso, il passaggio da una conoscenza tacita a una esplicita, la comunicazione e la costruzione di conoscenze. Inoltre i test sembrano portare spesso a tensioni e preoccupazioni negli studenti, ma anche negli insegnanti e nelle scuole stesse, visto che la formula semplicistica dei test sposta la responsabilità di eventuali insuccessi dai politici, che dovrebbero finanziare i programmi, alle scuole che, spesso per mancanza di finanziamento, non riescono a raggiungere i risultati sperati. Nella già citata relazione di Paolo Boero all'ALIMA vengono riportate alcune considerazioni particolarmente critiche sull'uso dei test standardizzati come strumento principale di valutazione: "In seno alla Confederazione Internazionale dei Dirigenti Scolastici (si tratta di un'organizzazione che raccoglie diverse decine di migliaia di Dirigenti Scolastici di una quarantina di Paesi) i dirigenti scolastici dei Paesi che per primi hanno adottato i test per la misura della produttività delle scuole segnalano ai loro colleghi degli altri Paesi il rischio che la scuola (dall'insegnante al dirigente, coinvolgendo anche i genitori) si impegni soprattutto, per ragioni di sopravvivenza, nella preparazione degli allievi al

¹⁰ <http://www.ed.gov/nclb/landing.jhtml?src=pb> , <http://www.whitehouse.gov/news/reports/no-child-left-behind.html> ,

superamento dei test, con una caduta grave nella professionalità degli insegnanti e nella qualità dell'offerta formativa e con conseguenze negative sulla formazione degli allievi”¹¹

Conclusioni

Vorrei concludere con

- a) una sintesi dei principali problemi legati alla scelta di utilizzare test standardizzati per la valutazione degli studenti e, più in generale, del sistema formativo;
- b) alcune possibili risposte a (lecite) domande del tipo *e allora, che fare?*
- c) Alcune considerazioni e riflessioni sulle problematiche trattate effettuate dalla CIEAEM, la Commission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques¹² di cui faccio parte.

Per quel che riguarda il punto a) del precedente elenco, ritengo che:

- Partire dai dati dei test internazionali e nazionali, come per esempio PISA e INVALSI, può essere significativo se docenti, studenti e anche le loro famiglie, sono in grado di avviare un sereno processo di autovalutazione che non può prescindere da una seria riflessione sulle competenze che sarebbe auspicabile costruire in matematica per il futuro cittadino, all'interno di quadri di riferimento teorici espliciti e condivisi.
- Il rischio più serio è che, come rimedio a eventuali risultati insoddisfacenti o anche solo per il desiderio di migliorare le prestazioni, si perseguano pratiche didattiche di allenamento e addestramento ai test, magari proprio attraverso metodi trasmissivi che alcuni test (PISA per esempio) vorrebbero mettere in crisi¹³.
- I test, in ogni caso, non consentono di valutare il possesso di competenze di alto livello tassonomico, né di evidenziare il significato e le funzioni del

¹¹ Si noti che il parere espresso in Italia, mediante questionario ai suoi iscritti, in seno all'ANP (Associazione Nazionale Presidi) sulle prove INVALSI 2002 è stato, salvo poche eccezioni, positivo “in quanto viene salutato come il primo passo (con campionatura ampia) per la valutazione del sistema. Inoltre molti vi individuano anche la possibilità di prestazione di un servizio alle scuole in merito alla rilevazione dei livelli di competenza degli alunni” (http://www.anp.it/anp/news/rapporto_anp_miur_invalsi.pdf). Reazioni fortemente critiche si sono levate, invece, a livello locale, da alcuni istituti e, soprattutto, da alcune associazioni di genitori.

¹² <http://www.uhu.es/gmmrm/>

¹³ Il pericolo è stato denunciato da Al Cuoco per quanto riguarda gli USA (*L'insegnamento della matematica negli Stati Uniti*, Bollettino UMI, Sez. A, 2003).

pensiero teorico né, a maggior ragione, l'educazione alla tolleranza, al rispetto delle regole necessarie per partecipare alla vita sociale e, in particolare, alla comunità di apprendimento che è la classe. Eppure si tratta di competenze fondamentali per la persona che voglia partecipare criticamente e consapevolmente alle scelte della vita pubblica.

- I test somministrati a tappeto nelle singole scuole sembrano provocare tensioni che possono indurre pratiche tali da falsare i risultati del test stesso. Ecco perché sarebbe forse più significativo e utile tarare strumenti statistici di diagnosi del sistema formativo e del livello di competenze degli studenti e metterli poi a disposizione delle singole scuole come risorse per una seria ed efficace autovalutazione.

E allora, che fare?

- Innanzitutto favorire la crescita una maggiore cultura per la valutazione in un Paese, come l'Italia, che non ha una grande tradizione in questo senso; la crescita non può che avvenire in un clima di dibattito sereno, ma serio e serrato, che sappia cogliere le perplessità e le critiche, comprendendone le ragioni e valutandone i suggerimenti.
- Sviluppare forme sistematiche di valutazione delle competenze alternative ai test, che consentano di valutare anche i processi e non solo i prodotti (diari di bordo durante i lavori di gruppo; colloqui e interviste durante l'attività di risoluzione di problemi; saggi scritti su argomenti matematici; registrazioni e videoregistrazioni; preparazione di lezioni per compagni di livello scolastico inferiore; redazione di documenti che descrivano ai genitori il lavoro svolto in classe; verifiche scritte tradizionali ...) e richiedere che i risultati ottenuti in tali prove siano considerati essenziali nella valutazione del percorso formativo dello studente.
- I processi valutativi sono caratterizzati da un aspetto paradossale che riporto come paradosso della valutazione: quanto più una prova è precisa (in termini di punteggio) e oggettiva, tanto meno essa fornisce informazioni significative. Tanto più le informazioni ottenute sono ricche e significative, tanto più la misurazione è soggettiva e quindi i risultati sono difficilmente confrontabili. La conseguenza di tale paradosso è che ogni valutazione significativa presenta inevitabilmente aspetti fortemente soggettivi, ineliminabili, se non al prezzo di rendere la valutazione meno significativa.
- Quanto detto al punto precedente richiede una profonda riflessione sulla pratiche valutative in vigore e soprattutto sull'attuale orientamento della valutazione delle competenze: è necessario accettare e chiedere, come insegnanti, la responsabilità di una valutazione soggettiva, che non si esprima con un voto (che è rassicurante, soprattutto per le famiglie, ma che

non consente di descrivere a fondo l'evoluzione del percorso formativo), ma con un giudizio articolato di cui l'insegnante è responsabile come esperto che ha seguito l'evoluzione dello studente.

- Tutte queste considerazioni, infine, portano al cuore del problema e cioè che, anche in un sistema formativo centrato sullo studente, è necessario investire sull'insegnante. La figura dell'insegnante assume oggi, proprio con le nuove tecnologie, proprio in questa scuola e in questa società un peso ancora maggiore che in passato, almeno se gli obiettivi sono quelli dichiarati di aiutare tutti gli studenti ad acquisire competenze che consentiranno loro di inserirsi come partecipanti critici e consapevoli nella vita sociale. Investire sull'insegnante vuol dire investire in formazione e ricerca, tenendo conto di tutto quanto è stato fatto, spesso con iniziative locali e pionieristiche, negli ultimi anni. Solo in questo modo sarà possibile immergere gli studenti in ambienti di insegnamento – apprendimento sensati costruiti in seguito a una ricerca delle radici cognitive degli oggetti di studio e che propongano attività che consentano agli studenti di costruire, organizzare, richiamare, comunicare e sistemare teoricamente le conoscenze matematiche. Non sono così ingenuo da non capire che non è possibile pretendere progetti forti a breve scadenza: troppi sono gli insegnanti, troppo radicato e diffuso un certo modo di intendere la scuola, poche le risorse che si vogliono e che possono essere messe a disposizione. Ho passato la mia vita professionale attendendo un deciso e chiaro segnale di volontà di avviare un progetto di investimento graduale, ma serio per la scuola. Non l'ho visto e ormai sono rassegnato ad accettare che la mia generazione e quelle che le sono prossime nel tempo non abbiano prospettive, ma non mi rassegno ad accettare l'idea che non sia possibile costruire prospettive per le generazioni a venire, per i nostri figli e i nostri nipoti. Prospettive di lavoro serio e gratificante, di richieste di competenze forti per svolgerlo: non accetto l'idea che la scuola non possa, almeno in un futuro non prossimo, partecipare a un processo culturale e formativo realizzato da professionisti motivati fin dai primi studi universitari, con forte preparazione e gratificati socialmente. Ma affinché queste prospettive possano realizzarsi è necessario iniziare a lavorare fin da adesso per garantirle alle generazioni di un futuro relativamente lontano: in una società in cui la devastante banalizzazione del linguaggio pubblicitario moltiplica sogni e bisogni sottraendo fantasia, creatività ed esercizio del pensiero critico e libero, è necessario utilizzare quel po' di fantasia e creatività che ancora rimangono per creare quelle condizioni che un giorno possano davvero ridare vita e senso all'azione di istruzione e formazione.

Concludo con il punto c), riportando alcune considerazioni sulle problematiche della valutazione che la CIEAEM ha scritto nel suo Manifesto 2000¹⁴. Ritengo che le questioni che vengono poste in queste righe siano di prioritaria importanza, consentano ulteriori spunti di riflessione su cui, come insegnanti e ricercatori in educazione matematica dovremmo discutere serenamente, al di là di ogni pregiudizio o troppo ingenuo entusiasmo.

“Di fronte a queste tendenze dei sistemi educativi mondiali, le istituzioni nazionali si orientano sempre più verso un approccio all’educazione ispirato da leggi di carattere economico. Si impongono quindi confronti con altri sistemi educativi: valutazione di sistema e qualità della gestione diventano parole chiave di questa riorganizzazione. Inoltre, come reazione alla globalizzazione e alle sue conseguenze, si vede emergere una tendenza all’autoformazione e una relativa autonomia nei più piccoli settori locali e regionali. In diversi paesi si stima che le istituzioni educative debbano passare dal pieno controllo dello Stato a quello che viene detto *controllo a distanza*. In tal modo le istituzioni sono chiamate a sviluppare i propri profili e a cercare esse stesse le risorse per il finanziamento delle attività. In questo contesto non basta individuare nuovi modi di dirigere e gestire, ma bisogna anche creare nuovi strumenti per accrescere la qualità e le prestazioni, senza tuttavia trascurare gli obiettivi istituzionali. Di fronte a questa nuova autonomia a queste aumentate responsabilità locali, a questa forma di deregolamentazione dovuta allo sviluppo di un’identità corporativa, la valutazione diviene uno strumento chiave per la gestione governativa dell’educazione. È per questo che si sono dovuti modificare i vecchi metodi di controllo e d’esame per stabilire nuovi metodi più complessi e prove di valutazione della qualità e dei progressi, che necessitano comunque uno sguardo critico dall’esterno. Uno dei dibattiti maggiormente controversi concerne la qualità dell’insegnamento e dell’apprendimento della matematica. Quali sono i criteri e i metodi di valutazione? Infatti, si ha la tendenza a privilegiare maggiormente la qualità della gestione e dell’amministrazione piuttosto che ciò che è realmente in gioco nell’insegnamento, nell’apprendimento e nella ricerca. I nuovi orientamenti nelle strutture e nei programmi di matematica generano tendenze simili in molti paesi, su temi come: stimare la qualità dell’insegnamento, dell’apprendimento, della ricerca, cercare di definire degli standard, spostare l’attenzione verso chi apprende e sui risultati che produce, effettuare una valutazione continua, tentare di elevare la qualità dell’insegnamento, almeno in base a quelli che sono i livelli gerarchici secondo la valutazione accademica.

¹⁴ <http://www.matematica.it/paola/Manifesto2.doc>

- Con quale strumento ottenere questi standard comuni? Con dei test o con degli esami condivisi a livello mondiale o, ancora, stabilendo un indice comparativo nell'insegnamento della matematica? Abbiamo realmente bisogno di questi standard condivisi nel mondo intero? Quali sarebbero i benefici e, eventualmente, per chi? Chi guadagnerà e chi perderà nel caso in cui si applicassero, diffusamente, criteri basati sulla valutazione delle prestazioni per attribuire risorse?
- Quali effetti pedagogici ci si potrebbero attendere dall'applicazione di tali metodi per l'organizzazione e la valutazione dell'insegnamento e dell'apprendimento della matematica?
- Questi standard miglioreranno l'apprendimento della matematica? Quale sarà il loro impatto nell'apprendimento sul piano sociale e culturale? A quale tipo di matematica farebbero riferimento? Come potrebbero confrontarsi con l'immagine sociale della matematica, con le attese della società e con la considerazione del valore di chi la utilizza?¹⁵»

Ad alcune di queste domande si iniziano a profilare risposte, spesso non ancora definite, talvolta inquietanti: si tratta, in ogni caso, di sfide interessanti e ineludibili per l'educazione matematica.

Bibliografia

- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education*. China Lectures. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Habermas, J. (2001). *Verità e giustificazione*, La Terza, Bari.
- Lange, J. de (1995). Assessment: No Change without Problems, in: Romberg, T.A. (eds). (1995). *Reform in School Mathematics and Authentic Assessment*. New York, Sunny Press, 87-172.
- Mosca, S. (in stampa). Autoévaluation en mathématiques à l'école primaire. Project Valmat, *Acte de la CIEAEM 2005*, Piazza Armerina.

¹⁵ <http://www.matematica.it/paola/Manifesto2.doc> , pag. 8 - 9.