

ESAMI DI MATURITÀ SCIENTIFICA SPERIMENTALE

PIANO NAZIONALE INFORMATICA

Tema di: MATEMATICA

Il candidato deve svolgere due problemi, scelti tra quelli proposti.

1. Si studi la funzione:

$$f(x) = 1 + \sqrt{x^2 - 2x + 5}$$

e si tracci, in piano riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali Oxy, la curva C di equazione $y = f(x)$, verificando che essa è simmetrica rispetto alla retta di equazione $x = 1$.

Si determinino in particolare le equazioni $y = g_1(x)$ e $y = g_2(x)$ degli asintoti di C.

Si determini sull'asse delle ascisse l'intervallo I di misura massima tale che, per ogni $x \in I$, l'errore assoluto che si commette, sostituendo a $f(x)$ il valore $g_1(x)$ o $g_2(x)$, sia minore di

$$\frac{1}{10^k} \quad (k \text{ intero})$$

Successivamente si descriva una procedura che consenta di calcolare gli estremi di tale intervallo e la si codifichi in un linguaggio di programmazione conosciuto.

2. Si stabiliscano le relazioni cui debbono soddisfare a e b affinché il sistema di equazioni:

$$\begin{cases} ax + y + bz = 1 \\ x + y + az = 1 \\ x + ay + bz = 1 \end{cases}$$

ammetta un'unica soluzione o infinite soluzioni o nessuna soluzione.

Interpretando a e b come coordinate di un punto di un piano riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali Oab , si determini il luogo dei punti del piano soddisfacente alla condizione $x_0 = 2y_0z_0$, essendo x_0, y_0, z_0 la soluzione del sistema nel caso essa sia unica.

3. Un imputato innocente deve essere giudicato da una giuria composta da tre giurati il cui verdetto finale è raggiunto a maggioranza. I tre giurati A, B e C assumono la loro decisione indipendentemente. A e B hanno probabilità p ($0 < p < 1$) di decidere per l'assoluzione, mentre il giurato C decide in base al risultato ottenuto nel lancio di una moneta.

- a) Si calcoli la probabilità che l'imputato sia assolto.
- b) Supponendo di sostituire il giurato C con un altro giurato D che ha probabilità $p' \neq p$ ($0 < p' < 1$) di decidere per l'assoluzione, si verifichi che la probabilità di assoluzione per l'imputato è maggiore che nel caso precedente se e solo se $p' > 1/2$.
- c) Qualora gli imputati siano tre e siano giudicati, indipendentemente tra di loro, dalle giurie prima considerate, si esprima la probabilità dei seguenti eventi:

$E_1 = \{\text{la giuria composta da A, B e C ne assolve due su tre}\};$

$E_2 = \{\text{la giuria composta da A, B e D ne assolve tre su tre}\};$

$E_3 = \{\text{la giuria composta da A, B e D assolve almeno un imputato}\}.$

In particolare per $p = 3/4$ si determini il valore di p' (probabilità che il giurato D decida per l'assoluzione) in modo che $P(E_1) = P(E_2)$.

Durata massima della prova: 5 ore.

È consentito l'uso della calcolatrice tascabile non programmabile.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.