

ESAMI DI MATURITÁ SCIENTIFICA SPERIMENTALE

PIANO NAZIONALE INFORMATICA

Tema di: MATEMATICA

La prova consiste nello svolgimento di due soli quesiti, scelti tra quelli proposti.

1. In un piano riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali (Oxy) sono assegnati i punti A (2,0) e B (0,4). Sia P(x,y) un punto di detto piano con $x > 0$ ed $y > 0$, e C, D, E, F i punti medi dei lati OA, AP, PB, BO del quadrilatero OAPB.

Il candidato:

- a) dica quali posizioni deve occupare P affinché il quadrilatero OAPB degeneri in triangolo;
- b) dimostri che il quadrilatero CDEF è un parallelogrammo;
- e) dica quali posizioni deve occupare P affinché il parallelogrammo CDEF sia un rettangolo;
- d) dica quali posizioni deve occupare P affinché il parallelogrammo CDEF sia un rombo;
- e) dica dove si trova P quando il parallelogrammo CDEF è un quadrato e ne determini le coordinate;
- f) dimostri che l'area del parallelogrammo CDEF è metà dell'area del quadrilatero OAPB;
- g) esprima in funzione dell'ascissa di P il rapporto z tra l'area del quadrato di lato EF e l'area del parallelogrammo CDEF, quando P, oltre a rispettare le condizioni inizialmente assegnate, appartiene alla retta di equazione $y = 4 - x$;
- h) studi la funzione $z(x)$ e ne disegni il grafico in un piano riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali O'xz.

2. In un piano riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali (Oxy) è assegnata la parabola di equazione:

$$y = -x^2 + 2x + 3$$

Sia P(x, y) un punto dell'arco γ , appartenente al primo quadrante, di detta parabola ed H la proiezione di P sull'asse delle ascisse.

Sul piano α passante per il punto P e perpendicolare all'asse delle ascisse, si consideri il triangolo APB, avente i lati AP e PB uguali, il segmento PH come altezza relativa al lato AB, e tale che la somma delle lunghezze di AB e di PH sia 4.

Il candidato

- a) dica quali posizioni deve occupare P sull'arco considerato affinché il triangolo APB esista;
- b) limitatamente alle suddette posizioni di P, esprima l'area S del triangolo APB in funzione dell'ascissa di P e studi come essa varia al variare di P;
- c) calcoli il volume del solido, luogo del triangolo APB al variare di P sull'arco γ ;
- d) risponda alle domande a) e b) quando P varia sull'arco γ della parabola considerata, appartenente al semipiano $x \geq 0$, verificando in particolare se esistono estremi relativi ed assoluti di $S(x)$ ed eventualmente determinandoli.

3. Paolo e Giovanni sono due amici appassionati di tiro con l'arco: Paolo colpisce il centro del bersaglio nel 75 % dei casi, Giovanni nell'80 %.

Decidono di fare una gara osservando le seguenti regole:

- lanceranno una moneta per decidere chi tirerà per primo: se esce testa sarà Paolo, se esce croce sarà Giovanni.
- tireranno a turno e vincerà chi per primo farà centro.

Il candidato:

- a) calcoli la probabilità che Giovanni vinca al quinto tiro;
- b) calcoli la probabilità che Paolo vinca entro il quarto tiro;
- c) se in un certo tiro fissato, ad esempio il quindicesimo, si ottiene centro per la rima volta, calcoli la probabilità che a tirare sia stato Paolo;
- d) descriva una procedura che consenta di calcolare la probabilità che Paolo vinca all'ennesimo lancio se ad iniziare è stato Giovanni, e la codifichi in un linguaggio di programmazione conosciuto.

Durata massima della prova: 5 ore.

È consentito l'uso della calcolatrice tascabile non programmabile.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.