

**ESAMI DI MATURITÀ SCIENTIFICA****Tema di: MATEMATICA****Indirizzo: SCIENTIFICO DI ORDINAMENTO***Il candidato scelga a suo piacimento due dei seguenti problemi e li risolva:*

1. In un piano, riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali (Oxy), sono assegnate le curve di equazione:

$$y = ax^3 + 3x + b,$$

dove a, b sono parametri reali con  $a \neq 0$ .

- Determinare i valori di a per i quali queste curve hanno un punto di massimo ed uno di minimo relativi e quelli per i quali non ammettono tali punti.
- Calcolare i valori di a e b in modo che la curva  $\gamma$  corrispondente abbia un massimo relativo uguale a 0 e seci l'asse x nel punto di ascissa  $-2\sqrt{2}$ .
- Controllato che la curva  $\gamma$  si ottiene per  $a = -\frac{1}{2}$ , disegnarne l'andamento.
- Calcolare l'area della regione piana delimitata dalla curva  $\gamma$  e dall'asse x.

2. In un piano, riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali (Oxy), è assegnata la curva C' di equazione:

$$y = \frac{x^2 - 1}{2x}.$$

- Studiarla e disegnarne l'andamento, indicando con A e B i punti in cui la curva seca l'asse x ( $x_A > x_B$ ).
- Trovare l'equazione della circonferenza C'' tangente a C' in A e passante per B.
- Disegnare C'' sullo stesso piano di C' dopo aver determinato il raggio e il centro di C'' e inoltre le coordinate dell'ulteriore punto in cui C'' seca C'.
- Determinare l'angolo sotto cui C' e C'' si secano in B.
- Calcolare le aree delle regioni in cui C' divide il cerchio delimitato da C''.

3. Un cateto di un triangolo rettangolo è lungo 2a, dove a è una lunghezza nota, e l'angolo acuto adiacente ad esso ha coseno uguale a  $\frac{4}{5}$ .

- Condotta per il vertice dell'angolo retto una retta t che non attraversa il triangolo e indicata con x la misura dell'angolo che questa retta forma col cateto maggiore, esprimere in

funzione di  $x$  il volume  $V(x)$  del solido generato dal triangolo quando compie una rotazione completa intorno alla retta  $t$ .

b) Verificato che risulta:

$$V(x) = \frac{1}{2} \pi a^3 (4 \operatorname{sen} x + 3 \operatorname{cos} x),$$

con  $x$  appartenente ad un determinato intervallo, studiare la funzione  $V(x)$  nell'intervallo stabilito e disegnarne il grafico in un piano cartesiano.

c) Utilizzare il grafico disegnato per determinare  $x$  in modo che il volume del solido di rotazione descritto sopra sia  $k\pi a^3$ , dove  $k$  è un parametro reale assegnato.

d) Completare la risoluzione dimostrando, col metodo preferito, che il volume  $V$  di un tronco di cono di raggi  $R$  ed  $r$  ed altezza  $h$  è espresso dalla seguente formula:

$$V = \frac{1}{3} \pi h (R^2 + r^2 + Rr)$$

---

Durata massima della prova: 5 ore.

È consentito soltanto l'uso della calcolatrice tascabile non programmabile.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.