

Esame di Stato Liceo Scientifico PNI
Prova di Matematica PNI - 22 giugno 2006
Soluzione del QUESTIONARIO
a cura di Luigi Tomasi (luigi.tomasi@libero.it)

QUESITO 1

Si narra che l'inventore del gioco degli scacchi chiedesse di essere compensato con chicchi di grano: un chicco sulla prima casella, due sulla seconda, quattro sulla terza e così via, sempre raddoppiando il numero dei chicchi, fino alla 64^a casella. Assumendo che 1000 chicchi pesino circa 38 g, calcola il peso in tonnellate della quantità di grano pretesa dall'inventore.

Questo quesito propone un famoso racconto. E' chiaro che alla seconda casella i chicchi sono 2, alla terza $4 = 2^2$, alla quarta $8 = 2^3$ e in generale, alla n -esima casella, 2^{n-1} .

Alla 64-esima casella, si ottiene lo strabiliante numero di chicchi

$$2^{63} = 9223372036854775808.$$

I chicchi di grano "sulla scacchiera" sono quindi in totale:

$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{63}$$

che rappresenta la somma di 64 termini in progressione geometrica, di ragione 2. La somma è:

$$s = a_1 \frac{1 - q^n}{1 - q} = 2^{64} - 1 = 18446744073709551615.$$

Con la calcolatrice, si ottiene come risposta:

$$1,84 \cdot 10^{19}$$

ossia un numero dell'ordine di grandezza di 10^{19} .

Se 1000 chicchi di grano pesano 38 g, allora il peso totale dei chicchi sulla scacchiera vale

$$7.00976 \cdot 10^{17} \text{ g}$$

ossia

$$7.00976 \cdot 10^{14} \text{ kg} = 7.00976 \cdot 10^{11} \text{ tonnellate.}$$