

**Esame di Stato Liceo Scientifico PNI**  
**Prova di Matematica Ordinamento - 22 giugno 2006**  
**Soluzione del QUESTIONARIO**  
a cura di Luigi Tomasi ([luigi.tomasi@libero.it](mailto:luigi.tomasi@libero.it))

**QUESITO 10**

La funzione  $f(x) = a \sin x + b \cos x$  ha un estremo relativo per  $x = \frac{4\pi}{3}$  ed è  $f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 1$ . Si trovino  $a$  e  $b$  e si dica quale è il periodo di  $f(x)$ .

Il quesito può essere risolto in modo elementare oppure tramite l'uso delle derivate. Con l'uso delle derivate, si ha:

$$f'(x) = a \cos x - b \sin x$$

Si risolve poi il seguente sistema:

$$\begin{cases} f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 1 \\ f'\left(\frac{4\pi}{3}\right) = 0 \end{cases}$$

ovvero:

$$\begin{cases} a\sqrt{3} - b = 2 \\ a - b\sqrt{3} = 0 \end{cases}$$

che fornisce  $a = \sqrt{3}$  e  $b = 1$ .

La funzione ha quindi l'espressione

$$f(x) = \sqrt{3} \sin x + \cos x$$

che si può anche scrivere nel seguente modo:

$$f(x) = 2 \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right).$$

Questa funzione ha periodo  $T = 2\pi$ , ampiezza  $a = 2$  ed è traslata, rispetto alla cosinusoide  $\cos x$ , di  $\frac{\pi}{3}$  verso "destra".

