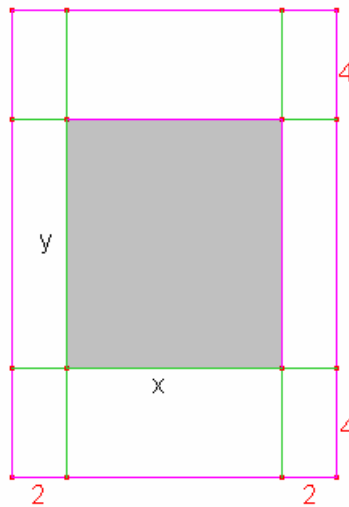


Esame di Stato Liceo Scientifico PNI
Prova di Matematica Ordinamento - 22 giugno 2006
Soluzione del QUESTIONARIO
a cura di Luigi Tomasi (luigi.tomasi@libero.it)

QUESITO 3

Un foglio di carta deve contenere: un'area di stampa di 50 cm^2 , margini superiore e inferiore di 4 cm e margini laterali di 2 cm . Quali sono le dimensioni del foglio di carta di area minima che si può utilizzare?

Se chiamiamo x e y le dimensioni del rettangolo che rappresenta l'area di stampa (vedi figura), allora deve essere $xy = 50$ e quindi $y = \frac{50}{x}$.



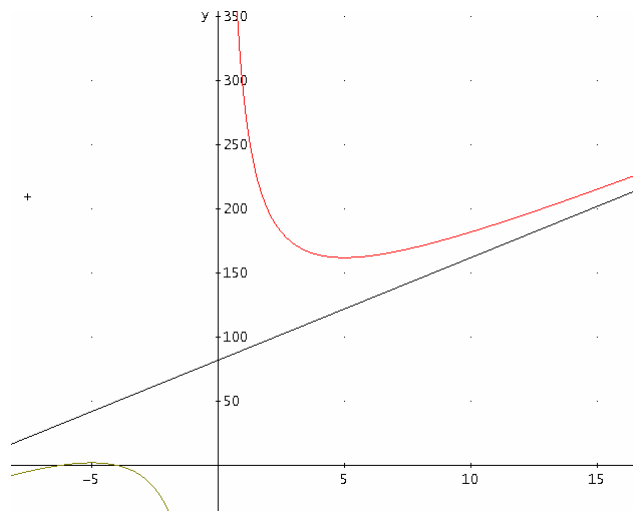
Tendendo conto dei margini, la superficie del foglio è:

$$S(x) = (x + 4)(y + 8) = (x + 4)\left(\frac{50}{x} + 8\right).$$

Si ottiene quindi

$$S(x) = 8x + \frac{200}{x} + 82$$

che rappresenta un arco di una iperbole di asintoti l'asse y e la retta di equazione $y = 8x + 82$ (vedi figura seguente).



Il minimo della funzione si può trovare in modo elementare oppure usando le derivate. In modo elementare, il minimo si ha per

$$8x = \frac{200}{x}$$

ossia per $x = 5$.

Con le derivate, si ha:

$$S'(x) = 8 - \frac{200}{x^2}$$

che ovviamente fornisce lo stesso risultato $x = 5$.

Le dimensioni del foglio di carta di area minima sono pertanto 9 cm x 18 cm.