

**Esame di Stato Liceo Scientifico PNI**  
**Prova di Matematica ordinamento - 22 giugno 2006**  
**Soluzione del QUESTIONARIO**  
a cura di Luigi Tomasi ([luigi.tomasi@libero.it](mailto:luigi.tomasi@libero.it))

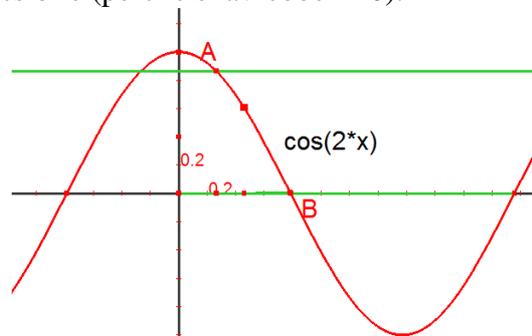
**QUESITO 6**

L'equazione risolvente un dato problema è:  $k \cos 2x - 5k + 2 = 0$  dove  $k$  è un parametro reale e  $x$  ha le seguenti limitazioni:  $15^\circ < x < 45^\circ$ . Si discuta per quali valori di  $k$  le radici dell'equazione siano soluzioni del problema.

Questo quesito si riferisce ad un problema parametrico. Si può risolvere usando grafici di funzioni, scrivendo l'equazione nel seguente modo, ponendo  $k \neq 0$ :

$$\cos 2x = \frac{5k - 2}{k}.$$

Se  $k = 0$  l'equazione è impossibile (perché si avrebbe  $2=0$ ).



Si può interpretare come un sistema tra un arco della curva  $y = \cos 2x$  e un fascio di rette parallele all'asse  $x$ , di equazione

$$y = \frac{5k - 2}{k}.$$

Si ottiene quindi il sistema:

$$\begin{cases} y = \frac{5k - 2}{k} \\ y = \cos(2x) \\ \frac{\pi}{12} < x < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

Si ha  $\cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$  e  $\cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{4}\right) = 0$ . Si ottengono i punti sulla curva  $A\left(\frac{\pi}{12}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$  e  $B\left(\frac{\pi}{4}; 0\right)$ .

Ogni retta parallela all'asse  $x$ , di equazione  $y=k$ , interseca l'arco  $AB$  in uno ed un sol punto per ogni valore di  $k$ , con  $\frac{2}{5} < k < \frac{10 + 4\sqrt{3}}{87}$ . Infatti la retta passante di equazione  $y=k$  passa per il punto  $B$  se

$\frac{5k - 2}{k} = 0$ , che fornisce  $k = \frac{2}{5}$ ; passa invece per il punto  $A$  se  $\frac{5k - 2}{k} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , che fornisce

$$k = \frac{4}{10 - \sqrt{3}} = \frac{4(10 + \sqrt{3})}{97}.$$