

Esame di Stato Liceo Scientifico

Prova di Matematica corso di ordinamento - 21 giugno 2007

Soluzione del QUESTIONARIO

a cura di Luigi Tomasi (luigi.tomasi@libero.it)

QUESITO 5

Si mostri che la funzione $y = x^3 + 8$ soddisfa le condizioni del *teorema del valor medio* (o *teorema di Lagrange*) sull'intervallo $[-2, 2]$. Si determinino i valori medi forniti dal teorema e se ne illustri il significato geometrico.

La funzione data è ottenuta traslando di 8 verso l'alto la funzione $y = x^3$. E' una funzione derivabile e quindi continua in \mathbb{R} e quindi anche nell'intervallo dato $[-2;2]$.

In base al teorema di Lagrange citato nell'enunciato esiste almeno un punto x_0 interno all'intervallo tale che:

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(x_0)$$

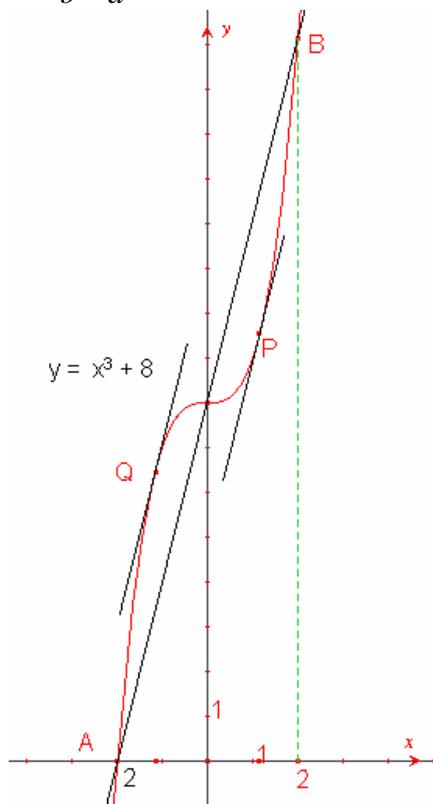


Figura 1

Per determinare tale punto (o tali punti) dobbiamo risolvere l'equazione

$$\frac{f(2) - f(-2)}{2 - (-2)} = f'(x)$$

ossia

$$3x^2 = 4.$$

Si ha pertanto $x = \pm \frac{2}{\sqrt{3}}$.

In questi punti del grafico della cubica la retta tangente è parallela alla corda che congiunge i punti estremi A(-2;0) e B(2;16) dell'arco della curva.