

Esame di Stato Liceo Scientifico
Prova di Matematica di ordinamento - 21 giugno 2007
Soluzione del QUESTIONARIO
a cura di Luigi Tomasi (luigi.tomasi@libero.it)

QUESITO 3

Si dimostri che l'insieme delle omotetie di centro O fissato è un gruppo.

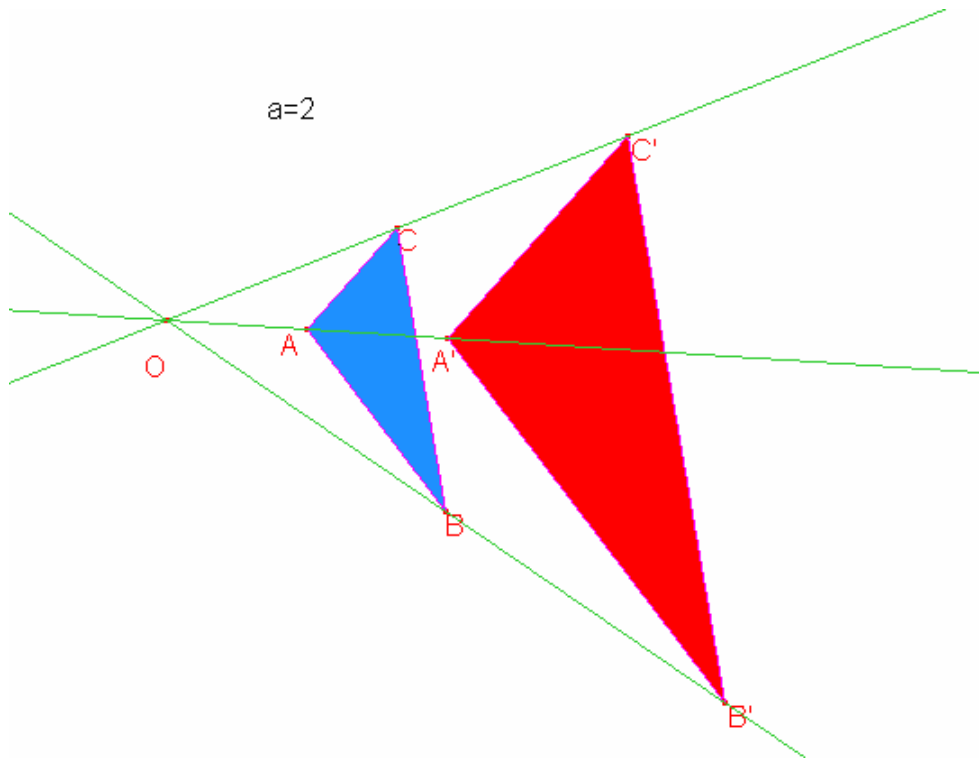


Figura 1

Ricordiamo la definizione di omotetia (del piano):
dato un punto O e un numero reale a non nullo, un'omotetia è una trasformazione del piano in sé che ad un generico punto P fa corrispondere un punto P' in modo che $\overrightarrow{OP'} = a \overrightarrow{OP}$.

La composizione di due omotetie di centro O è ancora un'omotetia di centro O e di rapporto il prodotto dei due rapporti di omotetia.

Valgono le seguenti proprietà:

1. vale la proprietà associativa, ossia, date tre generiche omotetie di centro O, si ha
$$\sigma_1 \circ (\sigma_2 \circ \sigma_3) = (\sigma_1 \circ \sigma_2) \circ \sigma_3$$
2. esiste l'elemento neutro (omotetia di rapporto $a=1$, che è l'identità).
3. ogni omotetia di rapporto a , ammette un'omotetia inversa di rapporto $\frac{1}{a}$.