Esame di Stato Liceo Scientifico
Prova di Matematica corso sperimentale PNI - 21 giugno 2007
Soluzione del QUESTIONARIO
a cura di Luigi Tomasi (luigi.tomasi@libero.it)

QUESITO 4

Si consideri la funzione:

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Se ne spieghi l'importanza nelle applicazioni della matematica illustrando il significato di μ, σ, σ^2 e come tali parametri influenzino il grafico di *f(x)*.

La funzione data è l'espressione della distribuzione *normale* di Gauss ed ha un'importanza fondamentale nel calcolo delle probabilità e in tutte le sue applizazioni in statistica, in fisica, ecc.
La funzione

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$$

è un caso particolare della curva di equazione

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

con i parametri $\mu=0$ e $\sigma=1$.
Se nella funzione di Gauss appena ottenuta poniamo $\mu\neq 0$ e $\sigma\neq 1$ ($\sigma>0$), si ottiene la funzione:

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}.$$

Per ottenere questa curva occorre fare un cambiamento di variabile nella funzione $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$, sostituendo alla variabile *x* l'espressione $x\leftarrow\frac{x-\mu}{\sigma}$.

Le più importanti proprietà della curva di equazione $f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ sono:

- La retta di equazione $x=\mu$ è l'asse di simmetria della curva;
- Il massimo della curva si ha in $x=\mu$ e vale $f(\mu)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$;
- I flessi della curva sono nei punti di ascissa $x=\mu\pm\sigma$;
- L'area della regione compresa tra la curva e l'asse delle ascisse vale 1.

Il parametro μ (media) determina una traslazione della gaussiana (nel verso positivo delle ascisse se $\mu>0$; nel verso opposto se $\mu<0$).

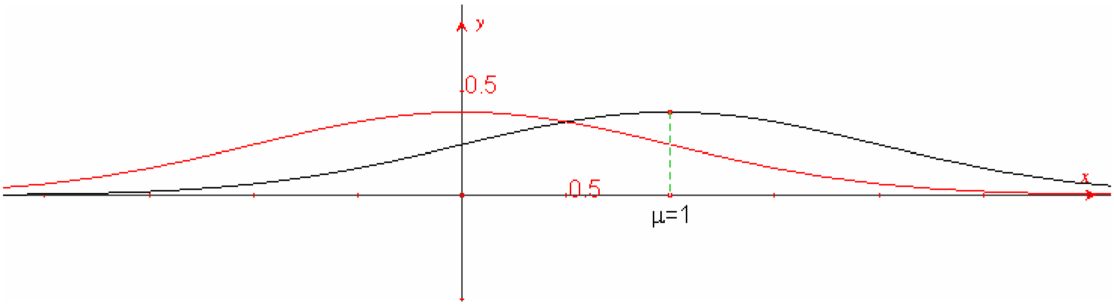

Figura 1

Il parametro σ (scarto quadratico medio) determina una curva gaussiana più o meno “allargata”. Al crescere di σ la curva si allarga sempre più e nello stesso tempo si “schiaccia” verso l’asse delle ascisse. Questo è una conseguenza del fatto che l’area “sotto la curva” deve essere 1.

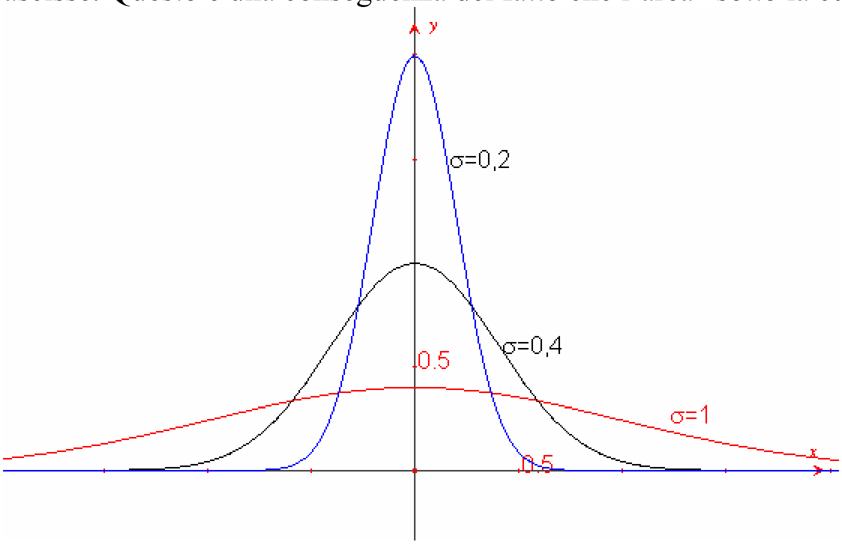

Figura 2

Il parametro σ^2 rappresenta la varianza.
Per un’analisi completa delle proprietà della curva gaussiana si rinvia a un buon libro di statistica e probabilità.