Esame di Stato Liceo Scientifico
Prova di Matematica corso sperimentale PNI - 21 giugno 2006
Soluzione del QUESTIONARIO
a cura di Luigi Tomasi (luigi.tomasi@libero.it)

QUESITO 9

Si dimostri che l'equazione $2x^3 - 3x^2 + 6x + 6 = 0$ ha un'unica radice reale e si trovi il suo valore con una precisione di due cifre significative.

La funzione $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 6x + 6$ ha come derivata prima
$f'(x) = 6x^2 - 6x + 6 = 6\left(x^2 - x + 1\right)$.
Quindi $f'(x) > 0$ per ogni $x \in R$ e la funzione data è crescente per ogni $x \in R$.
D'altronde si ha: $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$.
Quindi la funzione ammette uno ed una sola radice.
La derivata seconda della funzione è: $f''(x) = 12x - 6$.
La cubica ha quindi un flesso in $x = 1/2$ ed è convessa per $x > 1/2$ e concava per $x < 1/2$. Poiché $f(0) = 6$ e $f(-1) = -5$ la radice cercata deve appartenere all'intervallo aperto $\left]-1;0\right[$.
In tale intervallo sono verificate le ipotesi per poter applicare il metodo delle tangenti di Newton.
Poiché derivata prima e derivata seconda sono discordi nell'intervallo, si parte da $a = -1$.
Si ottiene quindi:

$$a_1 = a - \frac{f(a)}{f'(a)} = -1 - \frac{f(-1)}{f'(-1)} = -\frac{13}{18} = -0{,}722222...$$

$$a_2 = a_1 - \frac{f(a_1)}{f'(a_1)} = -0{,}6738...$$

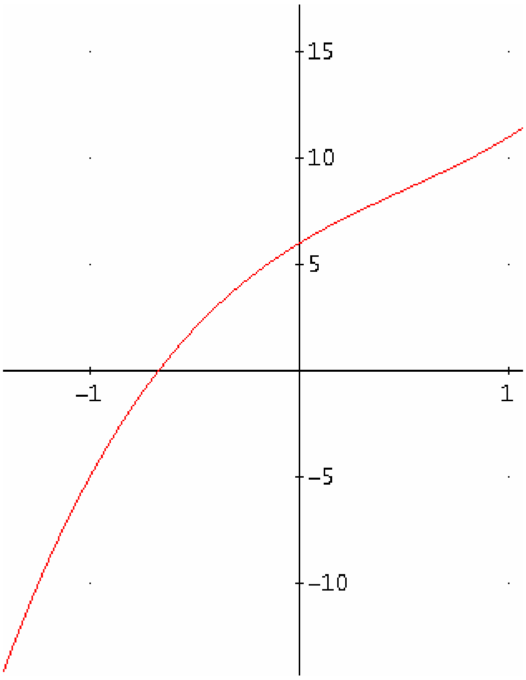

Figura 1