

**QUESITO 7**

Si determini, al variare di  $k$ , il numero delle soluzioni reali dell'equazione:

$$x^3 - 3x^2 + k = 0.$$

*Risoluzione del quesito 7*

L'equazione data si può scrivere:

$$k = -x^3 + 3x^2$$

che equivale al sistema

$$\begin{cases} y = -x^3 + 3x^2 \\ y = k \end{cases}$$

Studio della cubica

Il dominio è  $\mathbb{R}$

$$\text{Segno: } x^2(3-x) > 0 \rightarrow 0 < x < 3$$

Intersezione assi:  $O(0;0)$  e  $A(3;0)$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$$

Non ci sono asintoti

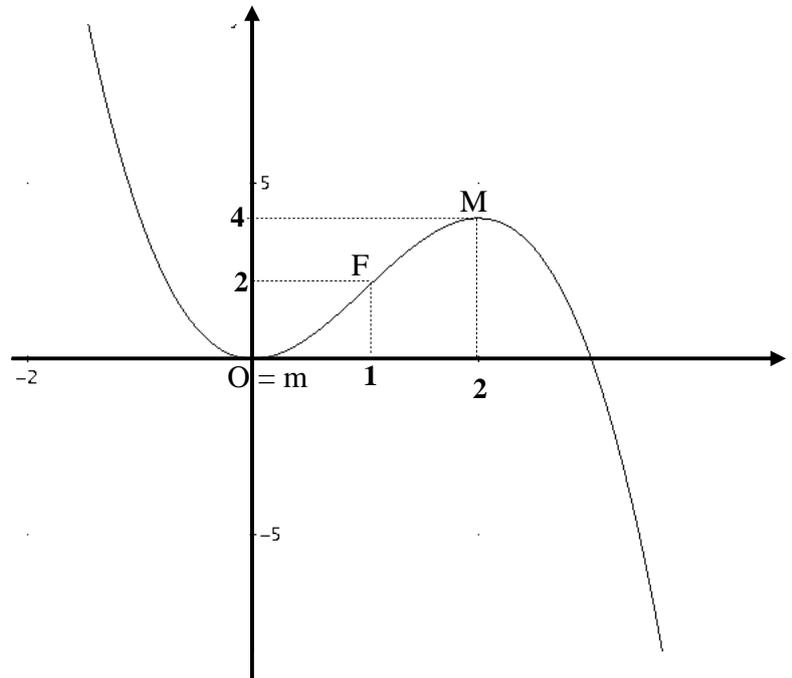
**DERIVATE :**

$$y' = -3x^2 + 6x \rightarrow y' > 0 \text{ per } 0 < x < 2$$

MASSIMO  $M(2;4)$ , minimo  $m(0;0)$

$$y'' = -6x + 6 \rightarrow y'' > 0 \text{ per } x < 1$$

Flesso  $F(1;2)$



$y = k$  fascio di rette parallele all'asse  $x$

In definitiva si ottiene

1 soluzione per  $k < 0$  oppure per  $k > 4$ ;

3 soluzioni per  $0 < k < 4$ ;

3 soluzioni (di cui due coincidenti) per  $k = 0$  oppure  $k = 4$ .