

Esame di Stato Liceo Scientifico

Prova di Matematica - corso di Ordinamento - 26 giugno 2009

Soluzione del QUESTIONARIO (a cura di Luigi Tomasi)

QUESITO 8

Si provi che l'equazione

$$x^{2009} + 2009x + 1 = 0$$

ha una sola radice compresa tra -1 e 0 .

Consideriamo la funzione polinomiale $f(x) = x^{2009} + 2009x + 1$.

Questa funzione è ovviamente derivabile e quindi continua nell'insieme dei reali.

La derivata prima è la seguente:

$$f'(x) = 2009 \cdot x^{2008} + 2009$$

sempre positiva. Quindi $f(x)$ è strettamente crescente nei reali e a maggior ragione nell'intervallo chiuso $[-1, 0]$.

Si ha inoltre $f(-1) < 0$ ed $f(0) > 0$.

Per il teorema degli zeri delle funzioni continue definite su un intervallo chiuso e poiché $f(x)$ è strettamente crescente, il polinomio ammette una ed una sola radice reale (in tutto il suo dominio), compresa strettamente tra -1 e 0 .

Commento

Livello di difficoltà: medio.

E' un quesito non in programma (leggete i programmi vigenti del 1945!)

Normalmente si fa.

E' presente nei libri di testo.

Controlla abilità fondamentali.

Ben formulato (si gioca sulla data del 2009).