

Esame di Stato Liceo Scientifico

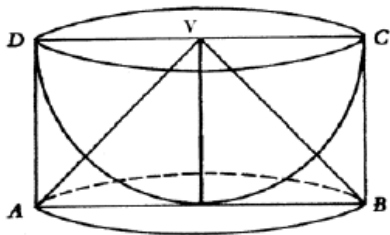
Prova di Matematica corso sperimentale PNI - 26 giugno 2009

Soluzione del QUESTIONARIO

a cura di Luigi Tomasi

QUESITO 9

9. Nei "Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze", Galileo Galilei descrive la

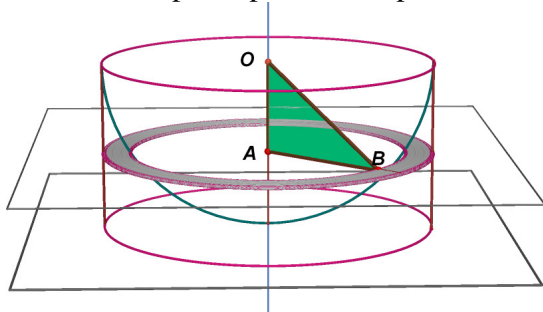


costruzione di un solido che chiama *scodella* considerando una semisfera di raggio r e il cilindro ad essa circoscritto. La *scodella* si ottiene togliendo la semisfera dal cilindro.

Si dimostri, utilizzando il principio di *Cavalieri*, che la *scodella* ha volume pari al cono di vertice V in figura.

Sia r il raggio della sfera.

Si considera un piano parallelo al piano di base del cilindro a distanza x dal vertice del cono.



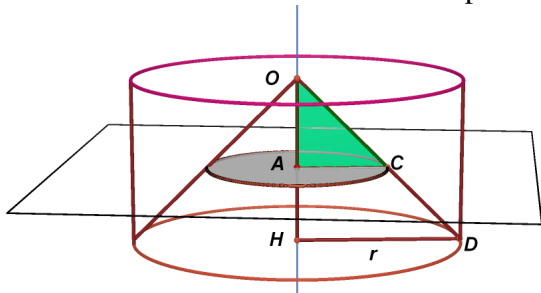
Questo piano seziona la semisfera secondo un cerchio di area:

$$\text{Area cerchio sezione semisfera} = \pi(r^2 - x^2).$$

Il piano seziona la scodella secondo la corona circolare di area:

$$\text{Area corona circolare sezione scodella} = \pi r^2 - \pi(r^2 - x^2) = \pi x^2.$$

Sezioniamo ora il cono con lo stesso piano (parallelo al piano di base, a distanza x da vertice).



Si ottiene ovviamente un cerchio di raggio x , che ha area:

$$\text{Area cerchio sezione cono} = \pi x^2.$$

Pertanto, per ogni piano parallelo alla base della scodella, la sezione della scodella e la sezione del cono hanno la stessa area.

Pertanto il volume della scodella è uguale al volume del cono per il principio di Cavalieri.

Si conclude che il volume dell' "antiscodella" – cioè quello della semisfera – è lo stesso del volume dell' "anticono", ovvero $V = \frac{2}{3} \pi r^3$.

Quindi il volume della sfera è $V_{sfera} = 2 \cdot V_{antiscodella} = \frac{4}{3} \pi r^3$

Commento

Vedi lo stesso quesito nel liceo di Ordinamento.

Livello di difficoltà: alto.

E' in programma (ma quale argomento non è presente nei programmi del PNI ?)

Normalmente si fa.

E' un argomento presente nei libri di testo.

Controlla conoscenze non fondamentali.

Formulato in modo dispersivo.