

Esame di Stato Liceo Scientifico

Prova di Matematica corso sperimentale PNI - 23 giugno 2010

Soluzione del QUESTIONARIO (a cura di S. De Stefani e L. Tomasi)

QUESITO 4

Si calcoli con la precisione di due cifre decimali lo zero della funzione $f(x) = \sqrt[3]{x} + x^3 - 1$. Come si può essere certi che esiste un unico zero?

Risolvere $\sqrt[3]{x} - 1 = -x^3$ equivale a risolvere il sistema:

$$\begin{cases} g(x) = \sqrt[3]{x} - 1 \\ h(x) = -x^3 \quad (\text{cubica}) \end{cases}$$

Studio di $y = g(x)$:

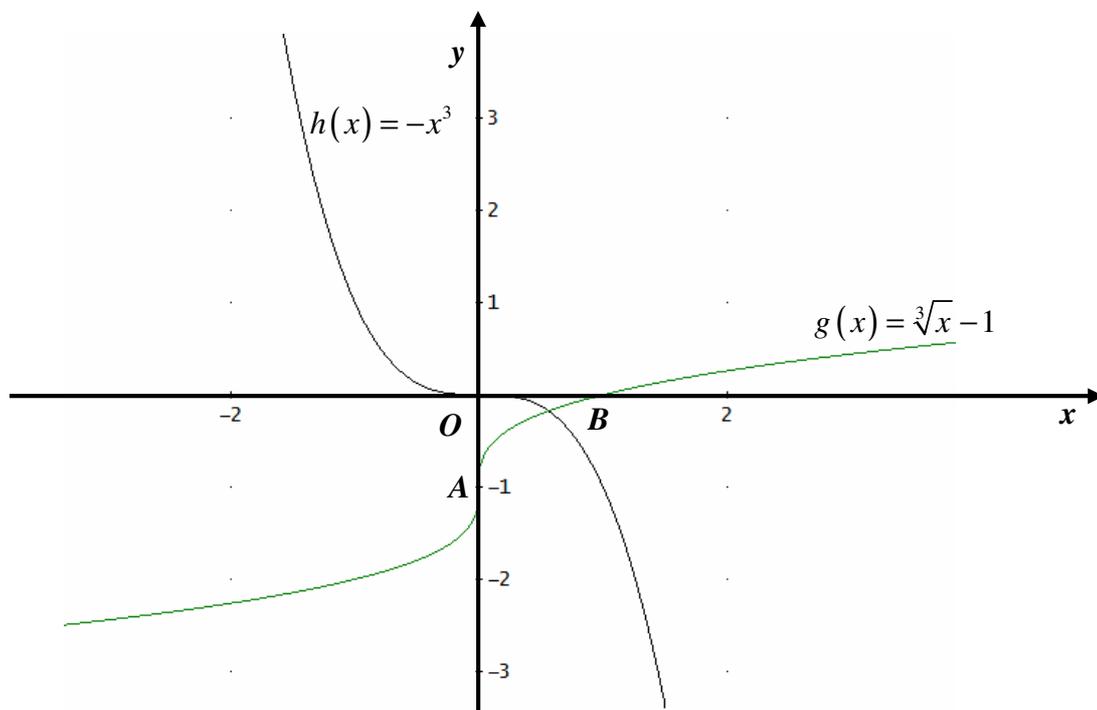
Dominio: \mathbb{R}

Intersezioni con gli assi A(0; -1), B(1; 0); $g(x) > 0$ per $x > 1$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} g(x) = \pm\infty$$

$$g'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \quad \rightarrow \text{funzione crescente } \forall x \neq 0; \text{ in } x = 0 \text{ non \u00e9 derivabile (A \u00e9 flesso a tg verticale)}$$

$$g''(x) = -\frac{2}{9x^3\sqrt[3]{x^2}} \quad \rightarrow \text{funzione convessa per } x < 0 \text{ e concava per } x > 0$$



Dalla rappresentazione grafica delle due curve si deduce che $f(x)$ ammette un unico zero, compreso tra 0 e 1.

Utilizzando l'algoritmo di bisezione si ottiene che $x \approx 0,56$.

$$f(0,5) = -0,081 \quad f(0,6) = 0,059$$

$$f(0,55) = -0,014 \quad f(0,57) = 0,014$$

$$f(0,56) = -0,0001 \quad f(0,561) = 0,001$$

Giudizio

Livello di difficoltà:	<input type="checkbox"/> Basso	<input checked="" type="checkbox"/> Medio	<input type="checkbox"/> Alto		
È in programma?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì	<input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Non si sa		
Normalmente si fa a scuola?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì	<input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Non sempre		
È un argomento presente nei libri di testo?	<input type="checkbox"/> Mai	<input type="checkbox"/> Non sempre	<input checked="" type="checkbox"/> Sempre		
Formulazione:	<input type="checkbox"/> Scorretta	<input type="checkbox"/> Ambigua	<input type="checkbox"/> Poco chiara	<input checked="" type="checkbox"/> Corretta	<input type="checkbox"/> Molto chiara
Controlla una conoscenza e/o competenza fondamentale?	<input type="checkbox"/> No		<input checked="" type="checkbox"/> Sì		